

idp

idn

MESTRADO PROFISSIONAL EM ECONOMIA

**ANÁLISE DE EFICIÊNCIA DE INVESTIMENTO DO FUNDO DO
EXÉRCITO: UTILIZANDO DEA**

TARCÍSIO RENATO TONETTO JÚNIOR

Brasília-DF, 2021

TARCÍSIO RENATO TONETTO JÚNIOR

**ANÁLISE DE EFICIÊNCIA DE INVESTIMENTO DO
FUNDO DO EXÉRCITO: UTILIZANDO DEA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Economia, do Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Orientador

Professor Doutor Leonardo Monastério

Brasília-DF 2021

TARCÍSIO RENATO TONETTO JÚNIOR

ANÁLISE DE EFICIÊNCIA DE INVESTIMENTO DO FUNDO DO EXÉRCITO: UTILIZANDO DEA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Economia, do Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Aprovado em 30 / 07 / 2021

Banca Examinadora

Prof. Dr. Leonardo Monastério - Orientador

Prof. Dr. Carlos Eduardo Gasparini

Prof. Dr. Guilherme Nunes Martins

T664a Tonetto Júnior, Tarcísio Renato
Análise de eficiência de investimento do fundo do exército: utilizando DEA
/ Tarcísio Renato Tonetto Júnior. – Brasília: IDP, 2021.

77 p.: il. Color.
Inclui bibliografia.

Trabalho de Conclusão de Curso (Dissertação) – Instituto Brasileiro de
Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa – IDP, Mestrado Profissional em
Economia, Brasília, 2021.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Monastério.

1. Eficiência 2. Fundos de investimento. 3. Data Envelopment Analysis. 4.
Conditional VaR . I. Título.

CDD: 341.6251

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Ministro Moreira Alves
Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa



AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pelas oportunidades concedidas ao longo da vida.

A seguir, agradeço à minha esposa Morgana, que foi meu grande suporte e permitiu que eu pudesse conciliar trabalho e estudo ao longo dessa jornada.

E um agradecimento especial à minha mãe, Eliana, e à minha sogra, Mariza, que, juntamente com minha esposa, tomaram conta dos nossos pequenos João Eduardo e Henrique nos momentos em que me ausentei do convívio em família para me dedicar aos estudos.

RESUMO

O Fundo do Exército (FEx) destina-se a auxiliar o provimento de recursos financeiros para aparelhamento do Exército Brasileiro (EB) e para serviços inerentes ao cumprimento de suas missões. Já os recursos financeiros do FEx são decorrentes de exploração patrimonial e serviços prestados pelo EB, bem como do rendimento desses mesmos recursos. Com efeito, visando maximizar o retorno dos ativos financeiros disponíveis, o FEx mantém um portfólio diversificado, com aportes em ativos de renda fixa e fundos de investimentos, dentre eles o FI Fidelidade II. O mercado financeiro, por sua vez, dispõe de diversas métricas de análise de desempenho, as quais possibilitam um exame comparativo entre os investimentos. Assim, este trabalho tem o objetivo geral de mensurar a eficiência relativa do FI Fidelidade II em uma amostra composta por fundos com mandatos e níveis de riscos semelhantes, e, ainda, construir a fronteira de eficiência da amostra em um primeiro momento, para depois buscar expandir essa fronteira valendo-se de diversificação entre os fundos. Para isso, emprega-se uma técnica de análise envoltória de dados (Data Envelopment Analysis - DEA), a qual fornece um índice de eficiência composto por diversos fatores. Neste caso, foram utilizados os retornos como atributos desejáveis, ou outputs; e as taxas de administração e o Conditional VaR – uma medida de risco – como atributos indesejáveis, ou inputs. Após a estimativa da fronteira e mensuração da eficiência das unidades de amostra, denominadas Decision Making Units (DMUs), a fronteira expandida foi obtida mediante processo iterativo de análise de fundos teóricos, constituídos pelos fundos eficientes mais próximos entre si na fronteira. A base de dados foi levantada junto ao site da Comissão de Valores Mobiliários (CVM), observando-se o comportamento dos fundos entre abril de 2018 e março de 2021, compreendendo o impacto da pandemia de COVID-19 sobre o rendimento das carteiras. Ao exame, o FI Fidelidade II mostrou-se eficiente, ao lado de outras oito unidades (em uma amostra de 49); e a fronteira de eficiência expandiu-se significativamente (com ganho de eficiência de pelo menos 1%) por três vezes, demonstrando que a diversificação resulta em ganhos de eficiência. Ademais, a DEA mostrou-se uma ferramenta útil para análise de desempenho, permitindo o uso de variáveis além da relação risco-retorno e, ainda,



informando qual o rendimento esperado de cada fundo para atingir a fronteira eficiente.

Palavras-chaves: Palavras-chave: eficiência; fundos de investimento; Data Envelopment Analysis; Conditional VaR.



ABSTRACT

The Army Fund is intended to assist in the provision of financial resources to equip the Brazilian Army and for services inherent to the fulfillment of its missions. Army Fund's financial resources come from the exploitation of assets and services provided by Brazilian Army, as well as the income of these same resources. In fact, in order to maximize the return on available financial assets, Army Fund maintains a diversified portfolio, with contributions to fixed income assets and investment funds, including FI Fidelidade II. The financial market, in turn, has several performance analysis metrics, which enable a comparative examination between investments. Thus, this work has the general objective of measuring the relative efficiency of FI Fidelidade II in a sample composed of funds with similar mandates and risk level, and also to build the frontier of sample efficiency at first, and then seek to expand this border using diversification between the funds. For this, a data envelopment analysis (DEA) technique is used, which provides an efficiency index composed of several factors. In this case, returns were used as desirable attributes, or outputs; and administration fees and Conditional VaR – a measure of risk – such as undesirable attributes, or inputs. After estimating the boundary and measuring the efficiency of the sample units, called Decision Making Units (DMUs), the expanded frontier was obtained through an iterative process of analysis of theoretical funds, consisting of the most efficient funds closer to each other at the border. The database was collected from the Website of the Brazilian Securities and Exchange Commission, observing the behavior of the funds between April 2018 and March 2021, comprising the impact of the COVID-19 pandemic on portfolio yields. On examination, FI Fidelidade II was efficient, along with eight other units (in a sample of 49); and the efficiency frontier expanded significantly (with efficiency gain of at least 1%) three times, demonstrating that diversification results in efficiency gains. Moreover, the DEA proved to be a useful tool for performance analysis, allowing the use of variables beyond the risk-return ratio and also informing what the expected yield of each fund to reach the efficient frontier.

Keywords: efficiency; investment funds; Data Envelopment Analysis; Conditional VaR.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Anbima	Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais
B3	Brasil, Bolsa, Balcão
Bcc	Banker, Charnes e Cooper
Bb	Banco do Brasil
Capm	<i>Capital Asset Pricing Model</i>
Ccr	Charnes, Cooper e Rhodes
Cdi	Certificado de Depósito Interbancário
Cef	Caixa Econômica Federal
Cf	Constituição Federal
Cp	Crédito Privado
Crs	<i>Constant Return to Scale</i>
Cvm	Comissão de Valores Mobiliários
Dea	<i>Data Envelopment Analysis</i>
Dmu	<i>Decision Making Unit</i>
Ec	Emenda Constitucional
Ems	<i>Efficiency Measurement System</i>
Es	<i>Expected Shortfall</i>
Evt	<i>Extreme Values Theory</i>
Fex	Fundo do Exército
Fgl	Färe, Grosskopf e Lovell
Fdh	<i>Free Disposal Hull</i>
Fi	Fundo de Investimento
Fic	Fundo de Investimento em Cotas
Ibovespa	Índice da Bolsa de Valores de São Paulo
Ida	Índice de Debêntures ANBIMA
Idp	Instituto Brasiliense de Direito Público
Igp-di	Índice Geral de Preços - Disponibilidade Interna
Lp	Longo Prazo
Mf	Ministério da Fazenda
Nirs	<i>Non Increasing Returns to Scale</i>

Pdrae	Plano Diretor da Reforma do Aparelho do Estado
Pot	<i>Peak Over Treshold</i>
Rf	Renda Fixa
Ug	Unidade Gestora
Vrs	<i>Variable Return to Scale</i>

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Fronteira de eficiência (não paramétrica) e Reta de regressão (paramétrica).	34
Figura 2 Alcance da fronteira de eficiência	35
Figura 3 Modelos DEA e retornos de escala	36
Figura 4 Fronteiras de eficiência DEA CRS e DEA VRS	40
Figura 5 Fronteiras de eficiência DEA CRS, DEA VRS e DEA NIRS	41
Figura 6 Fronteiras de eficiência e fronteiras DEA VRS com VaR.	43
Figura 7 Valores de outputs para os fundos da amostra	51
Figura 8 CVaR95% e Taxa de Administração normalizados	54
Figura 9 Valores de Conditional VaR para os fundos da amostra	55
Figura 10 Índice de eficiência dos fundos de investimento	56
Figura 11 Output e meta eficiente dos fundos de investimento	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1

Fundos de Investimento selecionados48

Tabela 2

Fundos de Investimento selecionados - dados completos69

Tabela 3

inputs selecionados71

Tabela 4

outputs selecionados72

Tabela 5

Índices de eficiência e benchmarks dos fundos de investimento73

Tabela 6

output, rentabilidade ideal e ganho de produtividade dos fundos
ineficientes74

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1 Contextualização	15
1.2 Problema	16
1.3 Objetivos Geral e Específicos	17
1.3.1 Objetivo Geral	17
1.3.2 Objetivos específicos	17
1.4 Delimitação do Escopo do Estudo	17
1.5 Justificativa	18
1.6 Organização do Estudo	19
2. O PRINCÍPIO DA EFICIÊNCIA E O FUNDO DO EXÉRCITO	20
3. MEDIDAS DE RISCO	24
3.1 Índice de Treynor	25
3.2 Índice de Sharpe	25
3.3 Índice de Jensen	25
3.4 <i>Value at Risk</i>	26
3.4.1 Modelo de Simulação Histórica	26
3.4.2 Modelo de Simulação de Monte Carlo	27
3.4.3 Modelo de Variâncias-Covariâncias	28
3.5 <i>Conditional Value at Risk</i>	30
4. DATA ENVELOPMENT ANALYSIS - DEA	30
4.1 Modelos DEA e retornos de escala	36
4.1.1 DEA CRS	37
4.1.2 DEA VRS	39
4.1.3 DEA NIRS	41
4.2 DEA e Fundos de Investimentos	42
5. METODOLOGIA	47
5.1 Amostra	48
5.2 Variáveis do estudo	49
5.3 Modelo DEA	52

SUMÁRIO

6. ESTIMAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	53
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	59
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62
APÊNDICE	68



1

INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O Fundo do Exército (FEx) foi criado pela Lei nº 4.617, de 17 de abril de 1965, com a finalidade de auxiliar o provimento de recursos financeiros para o aparelhamento do Exército e para serviços considerados necessários ao cumprimento das suas missões, contando, para tanto, com receitas próprias diretamente arrecadadas pelas Unidades Gestoras (UG) decorrentes de suas atividades, bem como do rendimento financeiro dessas mesmas receitas.

Por sua vez, o regulamento do FEx foi aprovado mediante publicação do Decreto nº 91.575, de 27 de Agosto de 1985, segundo o qual o fundo deveria conter um orçamento de caixa, com previsão de arrecadação e cronograma de desembolso e, em função desse, a aplicação de recursos financeiros no mercado de capitais. Com efeito, atualmente o FEx realiza investimentos tanto em títulos de renda fixa quanto em fundos de investimentos, objetivando auferir retornos adequados e reduzir o risco não sistemático.

Bodie *et al.* (2010, p.1) definem investimento como a aplicação de recursos no presente com probabilidade de benefícios em momento futuro. Se, por um lado, essa permuta intertemporal permite a suavização da renda dos agentes superavitários, por outro, possibilita o financiamento de projetos dos tomadores de empréstimos, tanto do setor privado quanto do público.

Ainda, em um mercado sofisticado, o inventário de produtos financeiros apresenta os mais variados instrumentos, contando com certificados de depósitos bancários, debêntures, letras financeiras, títulos públicos, ações e derivativos, sendo esse um rol meramente exemplificativo de uma indústria complexa e em constante evolução. Dessa forma, a eficiência na alocação de recursos financeiros requer conhecimentos e habilidades bastante específicas, exigindo contínuo aprimoramento dos profissionais envolvidos.

Já o rol das métricas de gestão de risco é vasto e se aprimora conforme o desenvolvimento do mercado financeiro. Nesse escopo

encontra-se o *Value at Risk* (VaR), apresentado pelo banco J. P. Morgan em 1994. O VaR, segundo Jorion (2003), representa um valor crítico de perda esperada de uma carteira sujeita a riscos de flutuação de preços em determinados intervalos de tempo e graus de confiança.

Mesmo amplamente utilizado no mercado financeiro, o VaR não deixou de ser objeto de críticas. Basicamente, a ferramenta não fornece dados sobre perdas maiores que a estimada ao valor crítico, ou seja, uma vez superado o nível de confiança, não há estimativa quanto à dimensão da perda esperada. Essa informação é suprida pelo *Conditional VaR* (CVaR), também chamado *Expected Shortfall* (ES), a perda média que supera o VaR (LIMA, 2018).

Mais recentemente, a *Data Envelopment Analysis* (DEA) tem sido empregada pela literatura para aferir o desempenho de carteiras de ativos. A análise envoltória de dados é uma ferramenta utilizada para avaliar a eficiência relativa entre *Decision Making Units* (DMUs), ou Unidades de Tomada de Decisão, considerando os insumos (*inputs*) utilizados durante o processo produtivo e os produtos (*outputs*) ou resultados (*outcomes*) gerados.

Pelo exposto, a DEA é hábil em avaliar o desempenho de fundos de investimentos adicionando outros fatores determinantes à relação entre risco e retorno, sendo capaz de revelar os pontos de ineficiência das carteiras e como atingir o desempenho ótimo (MACEDO e MACEDO, 2007).

1.2 PROBLEMA

O FEx apresenta superávit financeiro e, como relatado, deve realizar aplicações no mercado financeiro em atenção a normativo legal. Dessa feita, o FEx aportou parcela de seus recursos em um fundo de investimento junto à Caixa Econômica Federal (CEF), o Fundo de Investimento Caixa Fidelidade II Renda Fixa Crédito Privado Longo Prazo.

Ainda, é consenso que as alternativas de investimentos apresentam um *trade off* entre risco e retorno, o qual serve de embasamento a medidas de eficiência.

Portanto, este artigo destina-se a responder à seguinte questão: o FI Caixa Fidelidade IIRF CP LP mostrou-se eficiente em uma amostra composta por alternativas semelhantes?

1.3 OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS

Este trabalho procura oferecer um moderno ferramental de suporte ao processo decisório de alocação de recursos do FEx e, ainda, comparar o desempenho do FI Fidelidade II com fundos com mandatos semelhantes.

Para tanto, serão utilizados como *inputs* dados de taxa de administração e *Conditional VaR* dos retornos diários do período estudado; e como *output*, o retorno alcançado pelos fundos no mesmo período.

Desse modo, pretende-se utilizar a técnica DEA para analisar o desempenho de fundos de investimento em renda fixa em um período de 36 meses (abril de 2018 a março de 2021), perseguindo os seguintes objetivos:

1.3.1 OBJETIVO GERAL

- Mensurar a eficiência relativa do FI Fidelidade II.

1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Calcular medidas de risco e retorno da amostra de FI.
- Estimar fronteira eficiente utilizando DEA.
- Estimar fronteira eficiente teórica baseada em diversificação de fundos utilizando abordagem iterativa DEA.

As medidas de risco e retorno serão calculadas em relação ao *benchmark* do setor, o rendimento do Certificado de Depósito Interbancário (CDI).

1.4 DELIMITAÇÃO DO ESCOPO DO ESTUDO

Serão analisados dados de fundos de investimentos de “Renda Fixa” classificados como “Duração Livre” com “Grau de Investimento”.

Segundo a Cartilha da Nova Classificação de Fundos da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA), um fundo de investimento de renda fixa com gestão ativa deve ser classificado de acordo com a sensibilidade ao risco de mercado, medido pela *duration* da carteira. Assim, fundos com “Duração Livre” não têm compromisso com limites mínimo ou máximo para a *duration* do portfólio.

Já um fundo de renda fixa “Grau de Investimento” investe “no mínimo 80% da carteira em títulos públicos federais, ativos com baixo risco de crédito do mercado doméstico ou externo, ou sintetizados via derivativos, com registro das câmaras de compensação” (ANBIMA, 2016).

Ainda, optou-se por analisar o período compreendido entre abril de 2018 a março de 2021 por representar um horizonte razoável de investimento e, além disso, englobar os efeitos da pandemia de COVID-19 sobre os fundos em estudo.

O mercado de debêntures, por exemplo, foi fortemente impactado logo no início da pandemia. Com efeito, o IDA-Geral, Índice de Debêntures ANBIMA que reflete o comportamento da totalidade das debêntures precificadas pela associação, apresentou queda de 5,14% em março de 2020.

Além disso, observou-se significativa oscilação do Tesouro Selic – título público pós-fixado com rentabilidade indexada à Taxa Selic –, inclusive com queda no preço do título, o que não ocorria desde 2002.

1.5 JUSTIFICATIVA

Do exposto, este trabalho se justifica uma vez que pretende aplicar a DEA a um conjunto de fundos de investimento que atendem aos requisitos de nível de risco suportado pelo Fundo do Exército. Com isso, busca-se fornecer embasamento quanto a decisões sobre aplicações de recursos públicos, em atenção ao princípio da eficiência aplicável aos responsáveis pela coisa pública.

Ademais, acredita-se que este artigo pode contribuir para a literatura nacional ao conjugar, na análise de desempenho de fundos

de investimentos, a DEA e uma medida de risco financeiro adequada, valendo-se para tanto do CVaR, considerado por Acerbi e Tasche (2002) uma medida de risco coerente.

Ainda, pretende-se construir uma fronteira de eficiência teórica considerando a possibilidade de diversificação e consequente otimização da relação entre risco e retorno decorrente de ativos com correlação diferente de um.

Além disso, pretende-se utilizar as taxas de administração como *inputs*, permitindo um exame além da relação risco-retorno.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO

Este trabalho divide-se em oito capítulos, sendo o primeiro o introdutório, responsável por contextualizar e delimitar o tema, apresentar o problema de pesquisa, bem como abordar seu objetivo, escopo e justificativa. O segundo capítulo faz uma breve relação entre o Princípio da Eficiência e o Fundo do Exército, enquanto o capítulo seguinte traz um histórico dos fundos de investimentos. O quarto capítulo apresenta medidas de risco usuais no mercado de fundos; o quinto capítulo detalha a *Data Envelopment Analysis*, seus modelos e aplicações; e o capítulo posterior apresenta a metodologia empregada e a base de dados. O capítulo sétimo apresenta os resultados e discussões sobre o trabalho e, por fim, o capítulo oito traz as considerações finais.



?

2

O PRINCÍPIO DA EFICIÊNCIA E O FUNDO DO EXÉRCITO

As sociedades democráticas dos países desenvolvidos e em estágio de desenvolvimento experimentaram significativas mudanças no relacionamento com o setor público no último quarto do século passado, exigindo mais transparência e melhor gestão dos recursos públicos. Essa mudança de paradigma levou diversas nações a descentralizar a prestação de serviços sociais ao setor privado, concentrando a atuação estatal nas áreas de regulação e controle.

O setor público sofreu profundas transformações na esteira dessa modificação de relacionamento com a sociedade, implementando processos amplamente adotados pelo setor privado, de modo a atender às novas demandas sociais, passando a abordar o cidadão como um cliente de serviços públicos.

Segundo Matias-Pereira (2004), a crise econômica mundial ao longo dos anos 80 do século XX, a crise fiscal dos Estados, a insuficiência dos governos em continuar prestando serviços públicos e promover desenvolvimento e a exposição do setor produtivo ao ambiente econômico globalizado pressionou o Estado burocrático a, ao mesmo tempo, elevar a arrecadação face aos déficits fiscais e reduzir a carga tributária do setor privado, visando aumentar a competitividade empresarial em âmbito global. Esses fatores resultaram em uma convergência mundial, a partir da década de 1980, em direção à Reforma do Estado, que deveria adotar um novo modelo de administração pública gerencial, com cortes gerais de custos e despesas com pessoal e avanço na eficiência governamental.

Dessa feita, as economias passaram de uma administração pública clássica para uma nova administração pública, focada em responder questões ligadas a eficiência, eficácia, efetividade e, ainda, mudanças causadas pelo surgimento e emprego da tecnologia da informação no ambiente organizacional. Tal processo valeu-se de vasta literatura especializada em administração pública emergente em vários países do globo (MATIAS-PEREIRA, 2008).

No Brasil, esse processo foi marcado pela implantação do Plano Diretor da Reforma do Aparelho do Estado (PDRAE), de 1995, responsável por criar alicerces para uma administração pública

gerencial, focada em resultados e embasada em modernos parâmetros de administração e eficiência, tratando o cidadão como cliente dos serviços ofertados pelo agente estatal (BRASIL, 1995).

Coube, nesse sentido, à Emenda Constitucional (EC) nº 19, de 1998, o fundamento normativo para a modernização do aparato administrativo brasileiro. Essa alteração constitucional, conhecida como emenda de reforma administrativa, tratou da estabilidade e remuneração dos servidores públicos, da profissionalização, transparência e controle da gestão da *res publica* e, além disso, positivou a eficiência como princípio da administração pública, conforme redação atualizada do caput do Art. 37 da Constituição Federal de 1988:

Art. 37. A administração pública direta e indireta de qualquer dos Poderes da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios obedecerá aos princípios de legalidade, impessoalidade, moralidade, publicidade e eficiência (...). (BRASIL, 1988)

Sobre o exposto, Moraes (2003) interpreta que o princípio da eficiência, explícito com a EC 19/98, intenta avalizar melhorias na prestação dos serviços públicos, devendo ser observado por qualquer dos Poderes, por todos os entes federados, tanto da Administração Pública direta quanto indireta. O gestor público deve gerar o efeito desejado pela sociedade, perseguindo o bem comum, de forma competente, cioso na utilização dos recursos públicos e objetivando a qualidade do serviço, revestindo-se o princípio da eficiência em guia para implementação de meios legais e morais para a consecução do bem-estar social (MORAES, 2003).

Naturalmente, o preceito em pauta abrange os gestores responsáveis pelo trato dos recursos depositados em fundos públicos, oriundos tanto de receitas originárias quanto de derivadas. Nessa categoria encontra-se o Fundo do Exército, criado a fim de assistir o financiamento para que o Exército Brasileiro possa executar suas missões.

Ainda em respeito ao FEx, a Portaria nº 345/MF, de 29 de dezembro de 1998, autorizou os fundos que interessam à defesa

nacional a realizarem aplicações no mercado financeiro, em caráter excepcional, após a Medida Provisória nº 1.782, de 14 de dezembro de 1998, instituir que todas as receitas financeiras da União deveriam ser depositadas e movimentadas exclusivamente por meio da conta única do Tesouro Nacional.

Além disso, o Decreto nº 91.575, de 27 de agosto de 1985, que aprova o Regulamento do Fundo do Exército, reza que a administração do mesmo deve objetivar “a máxima capitalização dos recursos disponíveis, para serem utilizados em benefício do Exército”. Com efeito, o FEx mantém recursos oriundos de arrecadação própria em aplicações no mercado financeiro, em diversificados ativos, intentando obter adequada relação entre risco e retorno.



3

3

MEDIDAS DE RISCO

Para Assaf Neto (2012, p.144) “o risco no mercado financeiro pode ser entendido como a probabilidade de perda em razão de uma exposição ao mercado”, sendo tal perda decorrente “de diversos eventos, principalmente aqueles relacionados às variações nas taxas de juros e nos preços de mercado”.

Almeida, Frascaroli e da Cunha (2012, p.554), por sua vez, apontam que estimativas de riscos financeiros se embasam em medidas de variâncias dos retornos dos ativos financeiros, cabendo aos agentes econômicos a gestão dos riscos inerentes aos negócios visando maximizar o retorno das transações. Com efeito, Macedo e Macedo (2007, p. 54) relatam que vários autores apresentaram estudos para avaliar a eficiência de fundos de investimentos ainda nos anos 1960.

3.1 ÍNDICE DE TREYNOR

O Índice de Treynor mensura a diferença entre o retorno da carteira e o retorno do ativo livre de risco em relação ao risco da carteira comparado ao risco de mercado. Assim, o índice permite mensurar o retorno de ativos e fundos para cada nível de risco assumido (MACEDO e MACEDO, 2007, p. 52).

3.2 ÍNDICE DE SHARPE

Santos *et al.* (2019, p. 22) definem o índice de Sharpe como a razão entre a diferença do retorno da carteira em relação ao retorno do ativo livre de risco e o risco da carteira, medido pelo desvio-padrão de seus retornos.

3.3 ÍNDICE DE JENSEN

Outro indicador utilizado é o alfa de Jensen, que indica a diferença entre o retorno de uma carteira de ativos e o retorno mínimo esperado da carteira, calculado pelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), o qual também utiliza o risco sistêmico (SANTOS *et al.*, 2019, p. 22)

3.4 VALUE AT RISK

Kimura *et al.*(2008, p. 28) definem o VaR como o valor potencial de perda de um portfólio para um certo horizonte de tempo e com determinado grau de confiança.

Jorion (2003, p. 19) apresenta o VaR mais formalmente, como o “percentil da distribuição de retornos projetada sobre um horizonte estipulado”, ou seja, selecionado um nível de confiança α (95%, por exemplo), o valor em risco corresponderá ao percentil $1-\alpha$ (5%) da distribuição.

Como exemplo, Kimura *et al.* (2008, p. 28) citam o caso do relatório anual de 1994 do Banco J.P. Morgan, cuja carteira apresentava VaR diário equivalente a US\$ 15.000.000,00 com um nível de confiança de 95%. Em outras palavras, o banco estabelecia o limite de alteração negativa da carteira em US\$ 15.000.000,00 de um dia para o outro, com 95% de confiança.

O valor em risco de uma carteira pode ser estimado de acordo com, basicamente, três metodologias: o Modelo de Simulação Histórica, o Modelo de Simulação de Monte Carlo e o Modelo de Variâncias-Covariâncias, e, mesmo sendo este último o mais utilizado, não existem evidências que apontem a ascendência de um modelo sobre outro (KIMURA *et al.*, 2008, p. 39).

3.4.1 MODELO DE SIMULAÇÃO HISTÓRICA

É a metodologia mais simples e intuitiva, partindo-se da premissa de que os retornos já experimentados representam fielmente a distribuição de probabilidade dos eventos vindouros. Dessa forma, não há a necessidade de estimação de parâmetros que espelhem uma distribuição de probabilidade e o modelo de Simulação Histórica é considerado, então, um modelo não paramétrico para estimação do VaR (KIMURA *et al.*, 2008, p. 40).

O método incide em utilizar a ponderação em vigor dos ativos componentes da carteira para simular os retornos que seriam obtidos de acordo com a série histórica de retorno desses mesmos ativos (JORION, 2003, p. 202):

$$R_{p,k} = \sum_{i=1}^N w_{i,t} R_{i,k} \quad = 1, \dots, t \quad (1)$$

Onde:

$R_{p,k}$ = retorno hipotético da carteira no período k ;

$w_{i,t}$ = peso do ativo i no período t (em vigor);

$R_{i,k}$ = retorno do ativo i no período k .

Como visto, os pesos dos ativos permanecem de acordo com os dados em vigência e, ponderando os respectivos retornos históricos da amostra, fornecem uma distribuição de resultados hipotéticos, os quais, depois de ordenados, servirão como base para estimativa do VaR de acordo com o nível de confiança (quantil selecionado da distribuição calculada) desejado.

Note-se que os rendimentos devem ser calculados de acordo com o horizonte de tempo pretendido pelo VaR, logo, se o valor em risco a ser estimado equivale ao de um dia, este deve ser o intervalo histórico entre os retornos.

Há, ainda, o pressuposto de que o passado seja fiel representante do futuro, fazendo-se necessário, portanto, que a amostragem histórica contenha uma quantidade tal de dados que não omita episódios importantes e que seja longa o suficiente para a obtenção de percentis satisfatórios (JORION, 2003, p. 205).

3.4.2 MODELO DE SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

É um método que cobre grandes valores possíveis das variáveis financeiras, sendo desenvolvido, primeiramente, com o gestor de risco determinando um processo estocástico para os rendimentos dos ativos, com os parâmetros desse processo (desvio-padrão e média) obtidos através de dados históricos (JORION, 2003, p. 206).

A partir desses dados são geradas trajetórias de preços hipotéticos para os ativos de interesse, usados para embasar diversos valores da carteira que, à semelhança do Modelo de Simulação Histórica, utiliza a ponderação vigente de cada ativo na carteira.

Kimura *et al* (2008, p. 53) observam que, uma vez simulados os retornos dos ativos e, conseqüentemente, o da carteira, o Modelo de Simulação de Monte Carlo torna-se análogo ao de Simulação Histórica.

3.4.3 MODELO DE VARIÂNCIAS-COVARIÂNCIAS

Considera a linearidade entre o retorno do ativo e o fator de risco subjacente que, aliado à hipótese de normalidade para os fatores de risco, permite construir intervalos de confiança para perdas potenciais a partir da média e do desvio-padrão desses fatores, conforme KIMURA *et al.* (2008, p. 86).

Para Jorion (2003, p. 187), a hipótese de normalidade permite calcular o VaR com mais velocidade, sendo indicado para carteiras grandes, com grande número de correlações entre os ativos, sendo o VaR da carteira indicado de acordo com a seguinte fórmula:

$$\begin{aligned} VaR_p \\ = \alpha \sigma_p W \end{aligned} \quad (2)$$

Onde:

VaR_p = VaR da carteira em valores nominais;

α = nível de confiança de uma distribuição normal;

σ_p = desvio-padrão da carteira;

W = valor da carteira.

3.5 CONDITIONAL VALUE AT RISK

O *Conditional VaR*, ou *Expected Shortfall*, surge em decorrência das limitações do VaR. O CVaR representa a média das perdas superiores ao VaR e fornece mais informações das caudas da distribuição dos retornos (SANTOS *et al.*, 2019, p. 30)

Além disso, segundo Lamb e Tee (2012, p.14) o CVaR atende às propriedades de medidas de risco coerente de Artzner *et al.* (2009): invariância de translação, subaditividade, homogeneidade positiva e monotonicidade.

O CVaR pode ser definido como a esperança da perda da carteira quando o VaR é superado:

$$CVaR_{\alpha}(Y) = E(Y|Y > VaR_{\alpha}(Y)) \quad (3)$$

Onde:

Y = conjunto de retornos do ativo ou carteira;

VaR_α = VaR do ativo ou carteira ao nível de confiança α.

Adicionalmente, novas abordagens de CVaR têm sido utilizadas além daquelas permitidas pelos modelos de VaR apresentados acima. Harmantzis, Miao e Chien (2006) testaram o desempenho de diferentes modelos de VaR e CVaR na presença de caudas pesadas nos retornos diários de índices de ações (S&P500, DAX, CAC, Nikkei, TSE e FTSE) e moedas (dólar dos EUA vs Euro, Iene, Libra e dólar canadense) por mais de dez anos. Os autores concluíram que estimativas de CVaR pelo método histórico e pela Teoria dos Valores Extremos (EVT - *Extreme Values Theory*), usando a abordagem *Peak Over Threshold* (POT), apresentaram melhor capacidade de previsão de risco.

No mesmo sentido, Kourouma *et al.* (2010) testaram VaR e CVaR com modelo histórico e POT para dados de índices de ações (CAC 40, S&P 500) durante a crise de 2008. O estudo evidenciou medidas de risco subestimadas pelo VaR (com maior subestimação pelo VaR histórico), mas CVaR com base na EVT confiável para horizontes de cinco e dez dias, porém subestimando o risco para horizonte de um dia.



4

4

DATA ENVELOPMENT ANALYSIS - DEA

Apesar da consagração das métricas apresentadas, estas utilizam apenas os dados de risco e retorno, desprezando informações inerentes às carteiras de ativo, como taxa de administração e taxa de saída, por exemplo. A análise envoltória de dados, por sua vez, é hábil em avaliar o desempenho de fundos de investimentos adicionando outros fatores determinantes à relação entre risco e retorno, sendo capaz de revelar os pontos de ineficiência das carteiras e como atingir o desempenho ótimo (MACEDO e MACEDO, 2007).

Segundo Peña (2008), eficiência é a habilidade de atingir o mais elevado nível de produção com o menor emprego de insumos e métodos em um processo produtivo, ou seja, é a capacidade de fazer o certo, promovendo a combinação ótima entre insumos e produtos. Ainda, a eficiência é inerente à utilização dos recursos, otimizando-os; relacionando-se, pois, com os meios e não com os fins.

A mensuração da eficiência, por sua vez, pode ser obtida, em geral, por duas vias: mediante estimativa baseada em técnicas paramétricas, valendo-se da adoção de uma função de produção e ajustada mediante métodos econométricos; ou, de outro modo, empregando a *Data Envelopment Analysis*, uma técnica não-paramétrica, embasada em programação linear, utilizada para encontrar a fronteira de eficiência e a eficiência relativa das unidades de um conjunto de referência (MACEDO e MACEDO, 2007, p. 47).

Já Destefanis (2002), aponta a abordagem *Free Disposal Hull* (FDH), proposta originalmente por Deprins *et al.* (1984), como mais uma técnica não-paramétrica apropriada a construir uma fronteira de eficiência de um conjunto de produção. Tanto na abordagem DEA quanto na FDH, os conjuntos de produção estão sujeitos à hipótese de livre disponibilidade (ou livre eliminação) de insumos e produtos (*free disposal*), adicionando-se a hipótese de convexidade ao modelo DEA.

A propriedade de livre eliminação de insumos e produtos válida para um conjunto de possibilidade de produção Y é assim definida por Lamb e Tee (2012, p. 688):

Livre eliminação: se $(x, y) \in Y$, então $(x', y') \in Y$ quando $x' \geq x$ e $y' \leq y$

Isto é, o conjunto de referência Y envolve todas as unidades que utilizam a mesma quantia x ou mais x' de insumos para gerar um nível y ou menor y' de produto (DESTEFANIS, 2002, p. 12).

A DEA foi apresentada por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) como uma medida de avaliação de eficiência de programas públicos. Os autores utilizaram o termo *Decision Making Units* (DMUs), ou Unidades de Tomada de Decisão, para designar estruturas responsáveis por entregar determinados produtos (*outputs*), utilizando, durante o processo, certa quantidade de insumos (*inputs*).

A análise envoltória de dados pode avaliar qualquer processo que converta insumos em produtos. Já o termo DMU, devido à larga aplicação da técnica DEA, é empregado para designar entidades que utilizam recursos no processo produtivo (NOGUEIRA *et al.*, 2012).

A técnica desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes passou a ser conhecida por modelo DEA CCR, iniciais dos nomes dos autores, ou, ainda, DEA CRS, de *Constant Return to Scale*, uma vez que considera retornos constantes de escala, isto é, variações nos insumos geram variações proporcionais nos produtos (COELLI *et al.*, 1998).

O modelo fornece o grau de eficiência de cada DMU, obtido pela razão entre o máximo de saídas ponderadas e entradas ponderadas durante o processo produtivo. A eficiência de cada unidade depende dos vetores de *inputs* e *outputs* de todas as DMUs da amostra, buscando a maximização do índice para cada unidade analisada, conforme pode ser observado abaixo (CHARNES *et al.*, 1978).

$$\begin{aligned} \text{Max } h_0 \\ = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \end{aligned} \quad (4)$$

sujeito a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1; \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq 0; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m$$

Onde

Max h_0 é a eficiência da DMU₀

$j = 1, \dots, n$ é o conjunto de DMUs em análise

y_{ij} são os produtos da j -ésima DMU

x_{ij} são os insumos da j -ésima DMU

u_r é o peso a ser determinado para cada y_r

v_i é o peso a ser determinado para cada x_i

Pelo apresentado, o índice de eficiência é resultado de uma razão entre *outputs* virtuais e *inputs* virtuais que se sujeita a duas restrições: as razões semelhantes para cada DMU do conjunto de referência devem ser iguais ou inferiores a um e os pesos u_r e v_i determinados pela solução do problema não devem ser menores que zero.

Assim, a eficiência calculada para cada DMU é adimensional e relativa, ou seja, a escolha dos pesos depende das observações do conjunto avaliado e das restrições estabelecidas (CHARNES *et al.*, 1984). As unidades eficientes apresentem razão igual a um e servem como padrão às demais unidades tomadoras de decisão da amostra.

Segundo Kassai (2002), as unidades devem atender alguns requisitos para fins de avaliação de eficiência relativa, tais como serem comparáveis entre si, atuarem sob as mesmas condições e, ainda, possuírem os mesmos insumos e produtos, os quais podem diferir apenas em magnitude. Já o termo DMU pode representar diferentes organizações, englobando grupos empresariais, departamentos ou unidades administrativas.

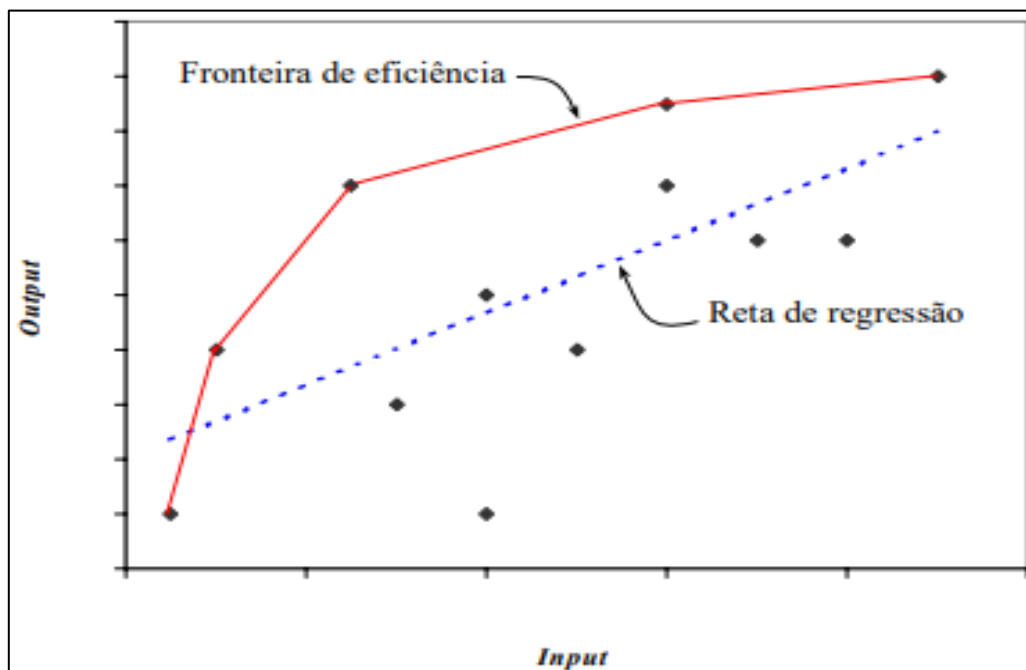
Ademais, ao admitir a análise de eficiência de processos produtivos em que são empregados mais de um *input* ou, ainda, resultam em mais de um *output*, o método DEA apresenta-se como um recurso apto a fornecer uma medida de análise multicriterial e, ao mesmo tempo, singular, uma vez que consolida os vetores de desempenho em forma de um índice capaz de sintetizar o processo produtivo (MACEDO *et al.*, 2006).

De acordo com Mello *et al.* (2005), ao otimizar cada observação individual, a DEA objetiva delimitar uma fronteira de eficiência – formada pelas unidades Pareto eficientes¹ –, em alternativa aos modelos

¹ Uma DMU é Pareto eficiente desde que não seja possível melhorar alguma de suas características sem piorar as demais.

paramétricos, que otimizam uma função de regressão a partir dos dados coletados, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 - Fronteira de eficiência (não paramétrica) e Reta de regressão (paramétrica).



Fonte: Mello *et al.* (2005).

Como visto, a fronteira de eficiência de produção é formada pelas DMUs que conseguem minimizar o uso de *inputs* no processo de produção, ou, por outro lado, maximizar o produto com uma dada quantidade de insumos. Já o grau de eficiência de uma DMU ineficiente é mensurado pela distância desta unidade em relação à fronteira.

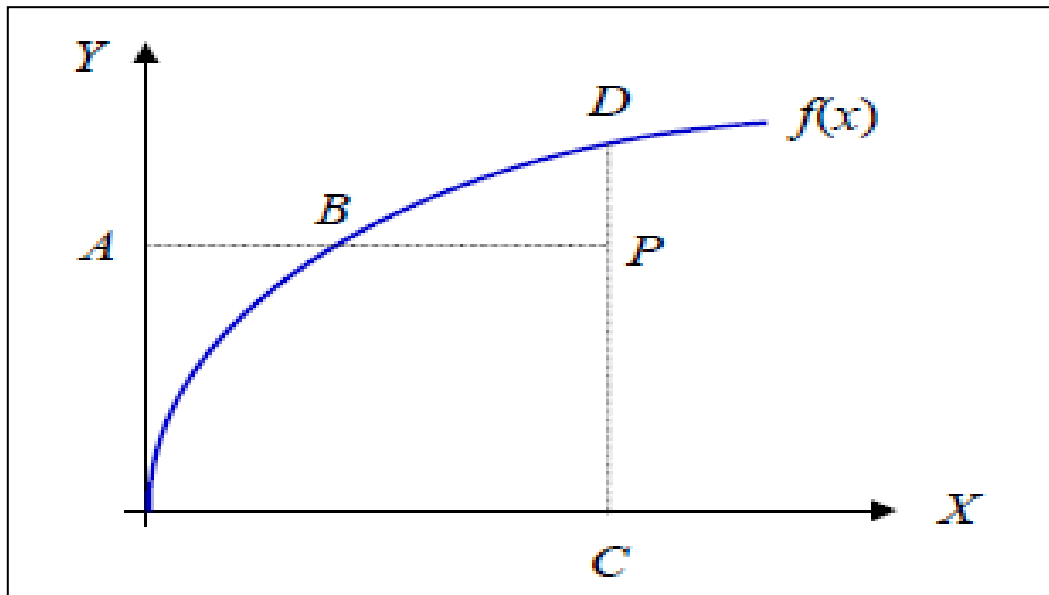
Resumidamente, se uma DMU A é eficiente e capaz de gerar X *outputs*, utilizando Y *inputs*, então outras DMUs também poderiam gerar o mesmo resultado ao atingirem a eficiência.

Ainda, a eficiência pode ser avaliada mediante, basicamente, duas orientações. Na orientação para *inputs*, procura-se responder em quanto os insumos podem ser reduzidos para manter a produção da unidade. Alternativamente, na orientação para *outputs*, a investigação é em quanto o nível de produção pode ser expandido mantendo-se os insumos inalterados (COELLI *et al.*, 1998, p. 137).

Essas duas orientações são apresentadas por Mello *et al.* (2005), valendo-se da figura a seguir, onde os pontos D e B situam-se sobre a

fronteira de eficiência $f(x)$ calculada considerando-se X insumos e Y produtos, e P é uma DMU ineficiente.

Figura 2 - Alcance da fronteira de eficiência.



Fonte: Mello *et al.* (2005).

Pelo exposto, a eficiência orientada para *input* é definida ao nível de produção A com redução de *inputs* de P para B, determinada pela razão AB/AP , um valor entre zero e um. Já a eficiência orientada para *output* mantém o nível de insumos em C, o qual pode fornecer um nível de produto D, superior ao alcançado pela DMU P, de forma que, nessa orientação, a eficiência é mensurada pela razão CP/CD , também entre zero e um (MELLO *et al.* 2005). Os mesmos pesquisadores salientam, ainda, que existem obras cujas definições de eficiência orientada para *output* são o inverso do quociente apresentada acima, um número maior que um e, quanto maior, menos eficiente a DMU em análise.

Conforme Pessanha *et al.* (2010), a medida de eficiência orientada para *inputs* de uma DMU é tida como a maior redução do vetor de insumos que possibilita a mesma quantidade de produtos, de tal forma que o coeficiente de eficiência assume valores entre zero e um, com a unidade indicando que a utilização de insumos é ótima e a DMU está na fronteira de eficiência.

Lins *et al.* (2007) acrescentam que a modelagem orientada para *output* atende ao objetivo de aumentar a produção, ou seja, as mudanças necessárias para que as DMUs atinjam a fronteira devem ensejar que as unidades ineficientes aumentem o produto, mantido o vetor de insumos constante.

Nota-se, portanto, que a análise de eficiência se embasa na relação entre recursos e saídas envolvidas nos processos produtivos. Estes, por seu turno, podem apresentar diferentes retornos de escala a depender da função de produção considerada. Kassai (2002) aponta que as hipóteses consideradas para as curvas de produção comportam retornos de escala crescentes, constantes ou decrescentes.

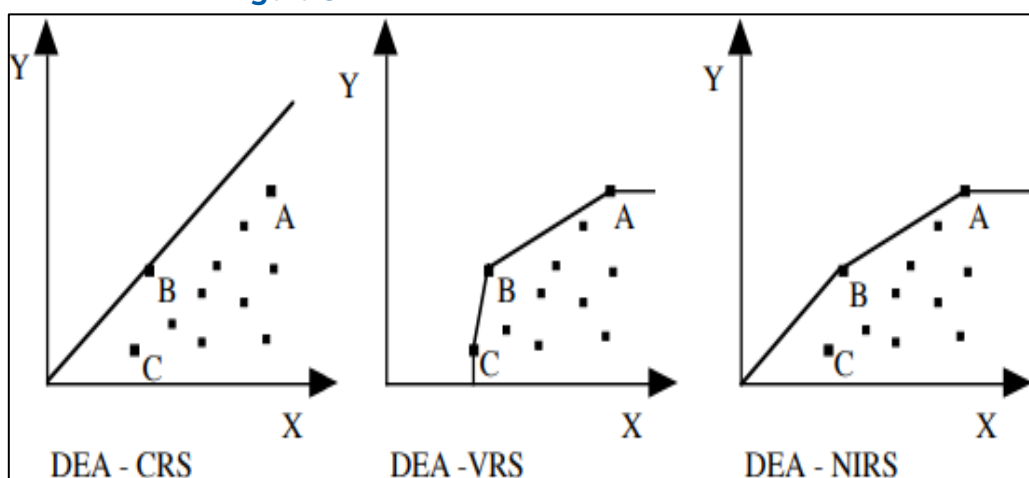
Assim, enquanto o modelo DEA CCR considera retornos constantes de escala, Banker, Charnes e Cooper (1984) desenvolveram o modelo DEA BBC, a fim de analisar economias com rendimentos variáveis de escala. Conforme Macedo e Macedo (2007) o modelo BBC é também conhecido como VRS (*Variable Return to Scale*), podendo ser aplicado para analisar se o *output* resulta em aumento mais ou menos que proporcional ao acréscimo de *input*.

Já o modelo DEA NIRS (*Non Increasing Return to Scale*), pode ser empregado para analisar tecnologias de produção que exibem retornos não crescentes de escala, conforme Färe *et al.* (1994, p. 33).

4.1 MODELOS DEA E RETORNOS DE ESCALA

Para Destefanis (2002), as hipóteses de *free disposability* e convexidade embasam a identificação da fronteira de produção, a qual é efetivada mediante a construção de uma curva convexa em torno do conjunto de referência. O autor apresenta três tipos de curvas típicas de aplicação de DEA, conforme os retornos de escala: DEA CRS, DEA VRS e DEA NIRS.

Figura 3 - Modelos DEA e retornos de escala.



Fonte: Adaptado de Destefanis(2002).

O modelo DEA CRS forma uma reta a partir da origem sobre a DMU mais eficiente, baseado em retornos proporcionais aos insumos, enquanto no gráfico do modelo DEA VRS observa-se retornos crescentes de escala em um primeiro momento e decrescentes ao aumento de insumos. O modelo NIRS, menos restritivo que o modelo CRS, apresenta retornos constantes de escala até determinado nível de insumos, e decrescentes a partir de então (DESTEFANIS, 2002).

4.1.1 DEA CRS

Sobre a modelagem matemática aplicada à análise envoltória de dados, Cooper *et al.* (2001, p.34) alegam que o modelo fracionário apresentado em (4) comporta infinitas soluções, uma vez que se u^* e v^* foram pesos ótimos, então αu^* e αv^* atenderão às restrições sempre que $\alpha > 0$. No entanto, a transformação proposta por Charnes e Cooper (1962) embasou o emprego de programação linear em substituição à programação fracionária, a fim de determinar uma única solução para os pesos u_r e v_i (ao adicionar a restrição $\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$). Assim, a transformação “Charnes-Cooper” proporciona o problema de programação linear equivalente a (4), abaixo (COOPER *et al.*, 2011):

$$\begin{aligned} \text{Max } h_0 \\ &= \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \end{aligned} \quad (5)$$

sujeito a:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

O modelo (5) acima é orientado para *inputs* (procura minimizar os insumos mantendo o nível de produto). Conforme Macedo *et al.* (2006, p. 92), essa forma de problema de programação linear é conhecida por problema dos multiplicadores, como também são conhecidos os pesos u_r e v_i , podendo ser denotada por CRS/M/I.

Já o problema dos multiplicadores DEA CRS orientado para *output*, ou CRS/M/O, procura maximizar as saídas, conforme segue (MACEDO *et al.*, 2006):

$$\text{Min} \sum_{r=1}^m v_i x_{i0} \quad (6)$$

sujeito a:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \geq 0$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

Ainda, cada problema de programação linear é associado a um modelo dual, cuja solução pode ser deduzida a partir da resolução do modelo original, conhecido como primal (THANASOULIS, 2001, p. 62). Enquanto o modelo primal é também chamado de multiplicador, o dual é conhecido por envoltória, ou modelo do envelope e; conforme Cooper *et al.* (2011, p. 9), o modelo dual DEA CCR orientado para input é definido por:

$$\theta^* = \min \theta \quad (7)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq \theta x_{i0}$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j \geq y_{r0}$$

$$\lambda_j \geq 0$$

Mariano *et al.* (2006) esclarecem que a modelagem dual permite calcular as metas para as DMUs ineficientes. No modelo acima, orientado para *inputs*, $\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j$ é a meta de um *input* x_i da DMU em análise, sendo cada variável λ associada a uma DMU específica. Em outras palavras, os coeficientes λ_j apontam quais DMUs j servem de

benchmark para que as unidades ineficientes alcancem a fronteira de eficiência.

Conforme Mello *et al.* (2005), quando um λ é igual a zero, a DMU correspondente não é parâmetro para a DMU analisada. Por outro lado, unidades com $\lambda > 0$ devem ser adotadas como *benchmarks* e, quanto maior o coeficiente λ , maior a importância da respectiva DMU como referência para a DMU em análise.

Pelo exposto, a função objetivo (θ) representa o valor que deve multiplicar os *inputs*, de modo a minimizá-los (no modelo acima) e posicionar a DMU em análise na fronteira de eficiência (PINTO e RODRIGUES, 2012).

4.1.2 DEA VRS

O Modelo DEA BCC, iniciais dos autores Banker, Charnes e Cooper, foi apresentado em 1984, adotando o axioma da convexidade no lugar do axioma da proporcionalidade do modelo CCR (JUBRAN, 2006, p. 114), passando a considerar tecnologias de produção com retornos desproporcionais aos insumos. Devido ao emprego de retornos variáveis de escala, o modelo é também conhecido como DEA VRS, de *Variable Returns to Scale* (SOARES *et al.*, 2005).

O modelo BBC, ao permitir a análise de tecnologias com diferentes retornos de escala ao longo da fronteira de eficiência, admite que a produtividade varie em decorrência da escala de produção adotada (BELLONI, 2000, p. 68).

Para Macedo e Macedo (2007, p. 50), o afastamento da condição de proporcionalidade entre insumos e produtos tornou o método mais aderente às situações práticas de diferentes setores, possibilitando o desenvolvimento de técnicas voltadas ao aperfeiçoamento dos modelos de análise de eficiência.

Segundo Soares *et al.* (2005), a fronteira de produção convexa adotada pelo DEA VRS equivale, matematicamente, a uma restrição adicional ao Modelo do Envelope, e possibilita que unidades que utilizam poucos insumos tenham retornos crescentes de escala, enquanto as DMUs com alto emprego de *inputs* apresentem retornos decrescentes.

Segundo Cooper *et al.* (2011, p.12), a restrição adicional $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ ao modelo dual permite efetuar avaliações de retornos de escala. O modelo de envoltória DEA VRS orientada para inputs é apresentado abaixo:

$$\theta^* = \min \theta \tag{8}$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq \theta x_{io}$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j \geq y_{ro}$$

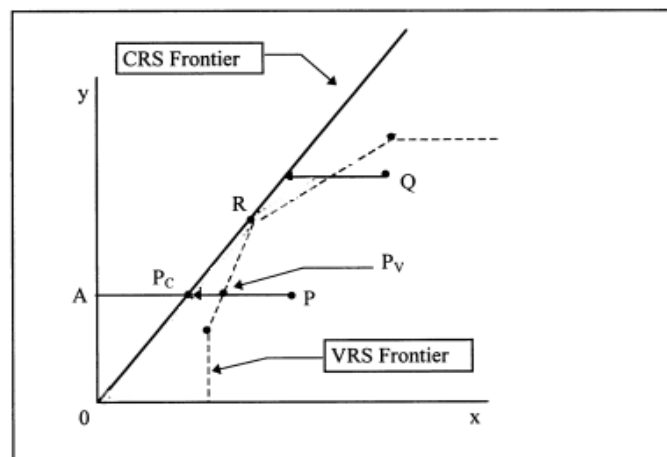
$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0$$

Mariano *et al.*(2006) esclarecem que o modelo CCR é usado para explicar a eficiência total, comparando uma DMU com todas as suas competidoras, enquanto o modelo BCC calcula a eficiência técnica, pois compara uma DMU somente com aquelas que operam em escala semelhante.

Coelli *et al.* (1998, p. 151) apontam que a diferença entre os coeficientes de eficiência técnica dos modelos DEA CRS e DEA VRS indica a ineficiência de escala da empresa, conforme a figura 4 a seguir:

Figura 4 - Fronteiras de eficiência DEA CRS e DEA VRS.



Fonte: Adaptado de Coelli *et al.* (1998).

Valendo-se da figura acima, a eficiência técnica da DMU P, pelo modelo DEA CRS orientado para *input*, equivale à AP_c/AP , enquanto o modelo DEA VRS, com a mesma orientação, indica eficiência igual a AP_v/AP . Os autores ainda apontam que a ineficiência de escala pode ser encontrada pelo quociente AP_c/AP_v ,

Logo, a ineficiência de escala é dada pela razão entre os coeficientes de eficiência técnica $\theta^*_{CRS}/\theta^*_{VRS}$, isto é $(AP_c/AP)/(AP_v/AP)$. Esta medida, no entanto, não indica se a empresa opera com retornos crescente ou decrescentes de escala (COELLI *et al.*, 1998, p. 151).

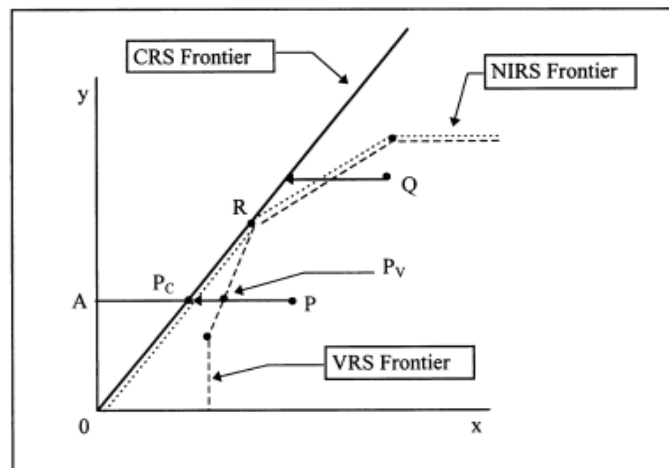
4.1.3 DEA NIRS

Cooper *et al.* (2011, p.42) elencam, além do modelo VRS, o modelo desenvolvido por Färe, Grosskopf e Lovell (FGL) como um caminho a ser seguido pela aplicação da análise envoltória de dados considerando tecnologias com retornos de escala. De acordo com Wu *et al.* (2016, p. 83), a abordagem FGL, baseada no modelo VRS, possibilitou análise de tecnologias com retornos não crescentes de escala, ou *non increasing returns to scale* (NIRS).

Segundo Ray (2020, p. 21), Färe, Grosskopf e Lovell consideram uma tecnologia entre os modelos CRS e VRS, incluindo ao modelo dual de retornos constantes a restrição $\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$.

A adoção do modelo DEA NIRS é apontada por Coelli *et al.* (1998, p. 151) como uma ferramenta adequada para indicar se a DMU com ineficiência de escala está operando com retornos crescentes ou decrescentes de escala, conforme a figura 5:

Figura 5 - Fronteiras de eficiência DEA CRS, DEA VRS e DEA NIRS.



Fonte: Coelli *et al.* (1998).

As fronteiras de eficiência das tecnologias com retornos constantes (CRS) e não crescentes (NIRS) de escala coincidem na região de retornos crescentes de escala do modelo VRS, o que implica que, nessa faixa de produção, $\theta^*_{CRS} = \theta^*_{NIRS} < \theta^*_{VRS}$. Por seu turno, as fronteiras de eficiência VRS e NIRS são idênticas na região de retornos decrescentes, denotando $\theta^*_{CRS} < \theta^*_{NIRS} = \theta^*_{VRS}$ nessa escala de produção (RAY, 2020, p. 21).

Cooper *et al.* (2011, p. 68) resumem a relação entre os coeficientes dos modelos DEA CRS, NIRS e VRS da seguinte forma: $\theta^*_{CRS} \leq \theta^*_{NIRS} \leq \theta^*_{VRS}$.

4.2 DEA E FUNDOS DE INVESTIMENTOS

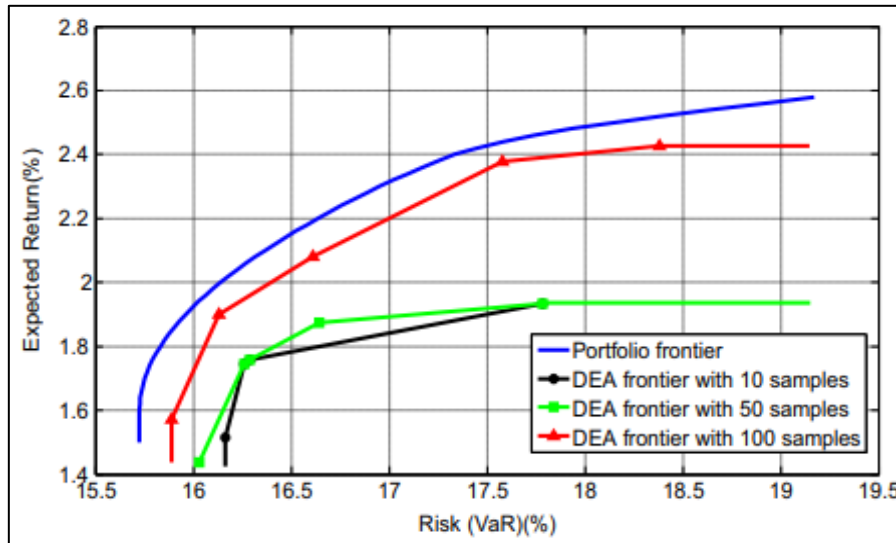
Liu *et al.* (2015) explicam que a abordagem fronteira estabelecida pela Teoria da Carteira Eficiente de Markowitz² motivou o desenvolvimento de modelos DEA não lineares, também conhecidos como modelos de diversificação, destinados a computar a diversificação dos ativos na eficiência das carteiras.

Os autores demonstram, no entanto, que modelos lineares clássicos DEA são adequados para estimar uma fronteira de eficiência convergente à fronteira eficiente de Markowitz. Os autores demonstram que as fronteiras delimitadas pelo modelo clássico DEA VRS com conjunto adequado de dados convergem para a fronteira de portfólio conforme o número de amostras analisadas aumenta.

Ainda, o trabalho aplica modelos DEA de otimização de portfólio mais complexos, incluindo custos de transação, restrições de negociação e diferentes medidas de risco. A figura 6 apresenta a fronteira de eficiência e as fronteiras DEA com VaR como medida de risco para 10, 50 e 100 amostras.

²A Teoria da Carteira de Markowitz demonstra os benefícios de uma carteira diversificada, composta por ativos com diferentes correlações, e estabelece uma fronteira eficiente formada pelas combinações de ativos com o menor risco (definido pelo desvio-padrão dos retornos) para cada nível de retorno.

Figura 6 - Fronteiras de eficiência e fronteiras DEA VRS com VaR.



Fonte: Liu *et al.* (2015).

A fronteira DEA converge para a verdadeira fronteira de portfólio com o aumento de amostras, o que permite utilizar o coeficiente de eficiência DEA para estimar a eficiência da carteira, o que ilustra a praticidade e eficácia da abordagem DEA (LIU *et al.*, 2015, p. 117).

Ceretta e Costa (2009) apontam que o tema central em finanças é a existência do *trade off* entre risco assumido e retorno esperado, de forma que os ativos com maior risco devem oferecer retorno proporcional, sob pena de não atrair investidores. Em consonância a essa relação de troca, os principais indicadores de desempenho de ativos são construídos sobre essas duas informações, como os Índices de Sharpe, de Treynor e de Jensen. Os autores, adicionalmente, consideram esse conjunto de informações restrito, por ignorar a influência dos custos sobre a performance dos investimentos.

Assim, a fim de agregar outros fatores impactantes no desempenho de ativos, os autores utilizaram a análise envoltória de dados para mensurar a performance de 106 fundos de investimentos carteira livre, considerando como *inputs* o desvio-padrão dos retornos em um ano, o desvio-padrão dos retornos em dois anos e o custo de administração. Como *outputs*, os autores utilizaram o retorno mensal médio em um ano e o retorno mensal médio em dois anos. Os dados referem-se a observações mensais no período de dezembro de 1997 a novembro de 1999.

Os autores encontraram sete fundos eficientes, em que os retornos ponderados compensaram de maneira justa os atributos indesejáveis. Os fundos eficientes formaram uma fronteira de eficiência bidimensional, com a somatória ponderada dos atributos indesejados no eixo x e a somatória dos atributos desejados no eixo y.

Segundo o estudo, a capacidade de ponderação dos atributos pelo modelo DEA auxiliou o processo de tomada de decisão, demonstrando que os fundos mais eficientes apresentaram dominância no longo prazo.

A análise envoltória de dados também foi utilizada para estimar uma carteira eficiente por Rotela Júnior *et al.* (2014). Os autores avaliaram as quarenta ações com maior participação Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVESPA), das quais aproveitaram como *outputs* o lucro por ação e os retornos de um, dois e três anos; enquanto foram abordados como *inputs* o Beta e a volatilidade dos ativos como medidas de risco, e o índice preço/lucro como medida de custo.

Os autores encontraram quinze ações eficientes ao emprego do modelo DEA BBC, chamada de carteira DEA, a qual foi comparada a outras duas carteiras teóricas: uma baseada no Índice de Sharpe e outra adicionando o Índice de Sharpe às quinze ações da carteira DEA, a qual resultou em 8 ações e foi chamada de DEA Sharpe, com esta apresentando a melhor relação entre risco e retorno.

Bisso *et al.*(2016), por sua vez, aplicaram o modelo DEA na análise da performance dos cinquenta maiores fundos de investimento no Brasil, de acordo com o patrimônio líquido, enquadrados na categoria "Ações Livre", durante o período de 2012 a 2014. Os autores fizeram uso do modelo DEA BBC orientado para *inputs*, abordando como atributos de *input* os patrimônios líquidos médios dos fundos, os desvios-padrão de 6 meses (curto prazo) e 12 meses (médio prazo) dos retornos mensais, e a taxa de administração média dos fundos. Os *outputs* utilizados foram as rentabilidades de 6 meses (curto prazo) e 12 meses (médio prazo).

Ao fim do estudo, os pesquisadores concluíram que patrimônio líquido elevado não é sinônimo de eficiência. Os autores acreditam que fundos maiores estão sujeitos a normas mais severas, pois atendem a um número maior de clientes, o que impede mudanças mais ágeis na carteira. Ainda concluem que a taxa de administração não é determinante no *score* de eficiência e que os fundos considerados

eficientes apresentam melhores retornos no longo prazo do que no curto prazo.

Macedo e Macedo (2007) utilizaram o método não-paramétrico de análise envoltória de dados para avaliar a eficiência no mercado de fundos DI – que tem por *benchmark* a taxa do Certificado de Depósitos Interbancários (CDI). Os autores avaliaram 28 fundos DI enquadrados como os melhores do país em 2004 pela literatura especializada, utilizando como *input* a volatilidade dos retornos anuais dos fundos em relação ao CDI e os custos referentes às taxas de administração; e como *output* os retornos de seis meses e três anos; permitindo analisar três tipos de eficiência para os fundos DI: curto prazo, longo prazo e total, este, englobando as duas primeiras.

Os autores encontraram muitos fundos com taxas de administração elevadas, desproporcionais em relação aos concorrentes e aos seus próprios desempenhos, considerando-se tanto risco quanto retorno. Ainda, muitos fundos analisados apresentaram altas variações de rendimentos em relação ao CDI, um risco significativamente acima do esperado para fundos DI, caracterizando uma gestão passiva pouco eficiente em seguir o *benchmark*.

Lamb e Tee (2012, p. 689) justificam o modelo DEA NIRS como adequado aos retornos de escala de fundos de investimento, uma vez que, por um lado, retornos constantes de escala permitiriam retornos maiores do que qualquer carteira poderia produzir e, por outro, o DEA VRS não permite reduzir o risco alocando parte do capital em caixa.

Os autores apontam que o modelo DEA NIRS, ao analisar DMUs isoladamente, não considera a possibilidade de diversificação da carteira, o que permite uma combinação alocativa com mais retorno e/ou menos risco que os alcançados pelos fundos individualmente.

Os autores apresentam o modelo DEA NIRS completo à entrada, ou modelo de diversificação consistente, o qual se destina a suprir uma lacuna do DEA NIRS clássico, uma vez que este, ao analisar DMUs isoladamente, não contempla a diversificação de ativos. Assim, o modelo de diversificação consistente compara cada DMU com uma fronteira eficiente teórica formada pela combinação de todas as carteiras possíveis.

Lamb e Tee (2012) afirmam, todavia, que a complexidade matemática do modelo DEA NIRS completo o torna

computacionalmente intratável. Os autores, como alternativa, empregam DEA NIRS clássico, incorporando à análise alguns fundos extras, chamados de fundos nocionais, formados pelas DMUS eficientes da estimativa original.

Essa abordagem de fundos nocionais dá início a um procedimento iterativo, considerando as correlações entre os fundos e resultando na estimativa das eficiências do modelo de diversificação consistente (LAMB e TEE, 2012)



5

5

METODOLOGIA

Este capítulo destina-se a apresentar a amostra a ser examinada, os indicadores utilizados para o estudo e a metodologia empregada na análise de eficiência.

5.1 AMOSTRA

Os fundos de investimento foram escolhidos dentre aqueles que se enquadram como renda fixa “Grau de Investimento” com “Livre Duração”, e classificados com risco menor ou igual a três (em uma escala de 1 a 5) conforme lâmina de informações essenciais disponibilizada por cada fundo. Trata-se, pois, de um processo de amostragem não probabilístico.

Ainda, optou-se por avaliar fundos de investimentos nas classificações citadas tendo em vista a alocação atual da carteira do F Ex, permitindo, desse modo, construir uma amostra de fundos de mesmas características, conferindo homogeneidade à amostra.

Os dados de retorno dos fundos de investimentos serão coletados do site da Comissão de Valores Mobiliários, as taxas de administração são disponibilizadas pelas lâminas de cada fundo, enquanto as taxas de CDI estão disponíveis no site da B3.

Dessa forma, obteve-se a uma amostra de 59 fundos, sob responsabilidade de 28 gestores, abaixo discriminados:

Tabela 1: Fundos de Investimento selecionados

DM U	Gestor	Sigla	Fundo	DM U	Gestor	Sigla	Fundo
1	AF Invest	AF30	AF	33	Impacto	IMPH	Impacto
2		AFIG	AF				
				34	Infinity	INFL	Infinity Lotus
3	Artesana	ARTE	Artesanal				
				35	Integral	INTC	Integral
4	Az Quest	AZQL	AZ Quest				
				36	Iridium	IRAP	Iridium Apollo
5	Banrisul	BSFL	Banrisul				
6		BSFP	Banrisul	37	Mongeral	MOA	Mongeral

7		BSPR	Banrisul				
				38	Plural	PLHY	Brasil Plural
8	BB	BB10	BB Atenas				
9		BB14	BB Atenas	39	Porto	POSE	Porto
10	Bradesco	BRFT	Bradesco	40	Rio Bravo	RIBR	Rio Bravo
11		BRB	Bradesco				
12		BRY	Bradesco	41	Safra	SFAN	Safra ANS
13		BRTI	Bradesco	42		SFEM	Safra Exec
14		BRH	Bradesco	43		SFRF	Safra Renda
15		BRH	Bradesco	44		SFTM	Safra Top
16		BRHT	Bradesco				
				45	Santander	STAN	Santander FI
17	BTG	BTC	BTG Capital	46		STPT	Santander
18		BTPL	BTG CDB	47		STCR	Santander
19		BTM	BTG Master	48		STIN	Santander
20		BTM	BTG Multi				
21		BTSC	BTG	49	Skopos	SKIM	SkoposImage
22		BTYR	BTG				
				50	Sul	SUAE	Sul América
23	Capitâni	CAPC	Capitânia	51	América	SUAA	Sul América
24	CEF	CBR	Caixa Brasil	52	Vinci	VIRF	FI Vinci RF
25		CFID	Caixa				
26		CFII	Caixa	53	Votoranti	VTBA	BV Banks
27		CPSP	Caixa	54		VTEA	BV Eagle
28		CQU	Caixa	55		VTIN	BV
29		CSEB	Caixa				
				56	Western	WAT	Western Asset
30	Concórdi	CON	Concórdia	57		WAA	Western Asset
31	G5	G5RF	G5 FI	58	XP Vista	XPCL	XP Corporate
				59		XPPE	XP
32	Gauss	GAIN	Gauss				

Os fundos foram agrupados por gestor, os quais foram elencados por ordem alfabética. Dessa forma, o fundo objeto deste estudo está listado como a DMU 26 da tabela acima. Além disso, os dados detalhados dos fundos selecionados podem ser vislumbrados na Tabela 2, disponível no Apêndice.

5.2 VARIÁVEIS DO ESTUDO

Para medidas de *output* serão utilizados os retornos alcançados pelos fundos de 1º de abril de 2018 a 31 de março de 2021 em relação à taxa de remuneração do CDI, por se tratar do *benchmark* do setor.

Para as medidas de *input* serão utilizadas as variáveis abaixo:

- *Input*1: CVaR de um dia com nível de confiança 95%.
- *Input*2: CVaR de um dia com nível de confiança 97,5%.
- *Input*3: CVaR de um dia com nível de confiança 99%.
- *Input* 4: taxa de administração, em percentual do Patrimônio Líquido de cada fundo.

Para o cálculo do VaR será utilizado o modelo de variância-covariância, com prazo de um dia, indicada para carteiras grandes, expostas a vários fatores de riscos(JORION, 2003, p. 134).

Uma vez que se pretende utilizar o CVaR em relação ao CDI, o cálculo do VaR será empregado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} VaR_{p,CDI} \\ = \alpha\sigma_{p,CDI} \end{aligned} \quad (9)$$

Onde:

$VaR_{p,CDI}$ = VaR da carteira em relação ao CDI;

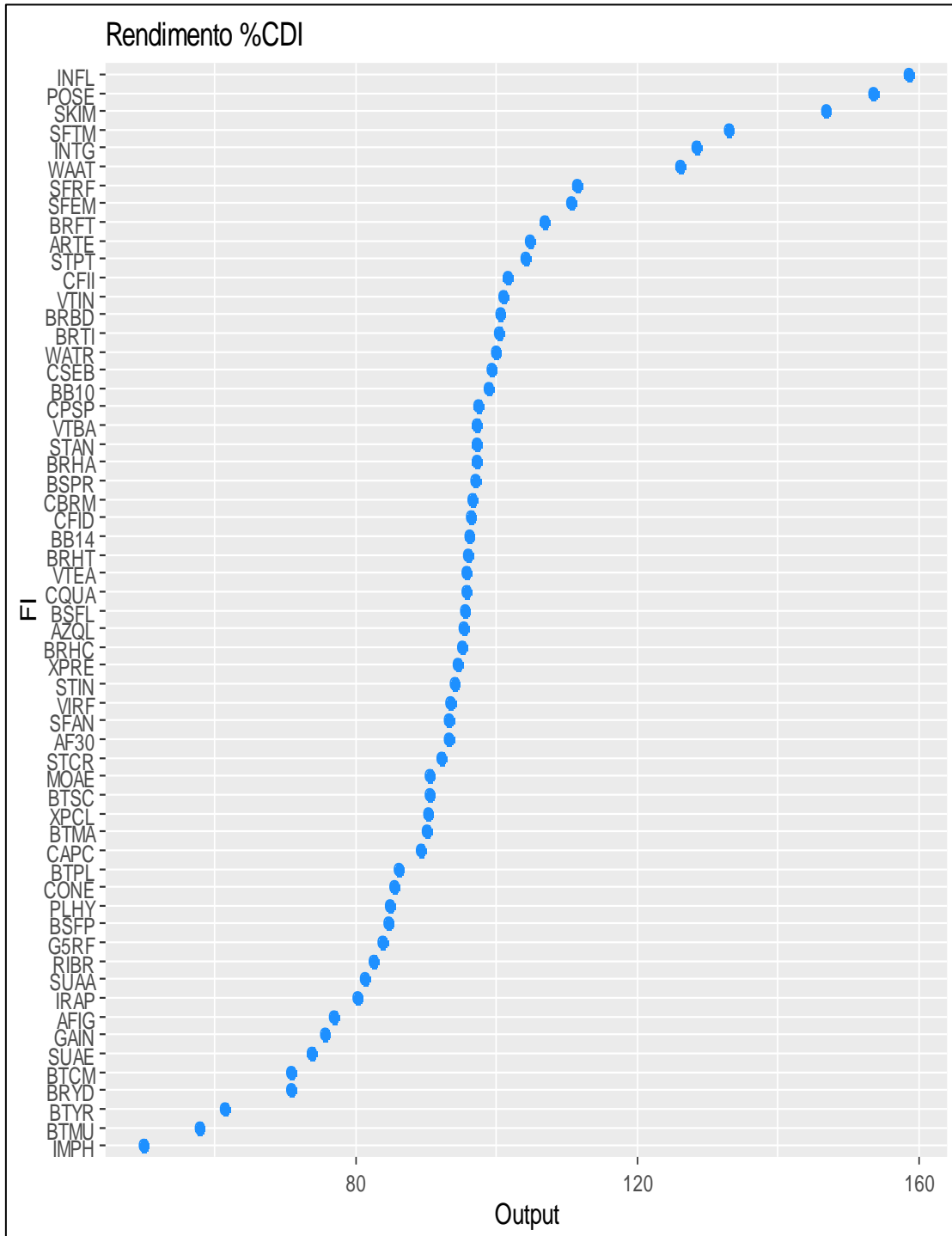
α = nível de confiança de uma distribuição normal;

$\sigma_{p,CDI}$ = desvio-padrão da carteira em relação ao CDI.

Por conseguinte, para o CVaR será empregada a média dos valores que superarem o $VaR_{p,CDI}$, de acordo com o apresentado pela equação (3).

Os *inputs* são variáveis do tipo quanto menor, melhor, enquanto o *output* é do tipo quanto maior, melhor. A figura a seguir exhibe os *outputs* de cada DMU.

Figura 7 - Valores de *outputs* para os fundos da amostra.



Fonte: CVM. Elaborado pelo autor.

Os valores completos das variáveis podem ser visualizados nas Tabelas 3 (*inputs*) e 4 (*outputs*) no Apêndice.

5.3 MODELO DEA

A análise de eficiência será obtida através do modelo DEA-NIRS orientado para *output*, apresentado abaixo:

$$\phi_0 = \max \phi \quad (10)$$

sujeito a:

$$\phi_0 y_{0r} \leq \sum_{j=1}^n y_{jr} \lambda_j$$

$$x_{0i} \geq \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$$

$$\lambda_j \geq 0$$

O modelo DEA NIRS foi adotado tendo em vista ser o mais adequado para aferir retornos de escala de carteiras de investimento, enquanto a orientação para *output* foi adotada em razão do mandato contido no Regulamento do Fundo do Exército, de visar o maior rendimento dos recursos, proporcionalmente aos custos envolvidos.

Ainda, pretende-se realizar a solução iterativa apresentada por Lamb e Tee (2012) a fim estimar uma fronteira de eficiência expandida em decorrência dos efeitos da diversificação de ativos.

Esse procedimento se resume a construir carteiras h a partir das unidades eficientes f e g mais próximas entre si, de modo que $h = 0,5(f+g)$ seja incorporada à amostra sujeita à análise subsequente. Pretende-se realizar o procedimento iterativo até que o incremento do coeficiente de eficiência de h em relação a f e g seja $\leq 0,01$.



6

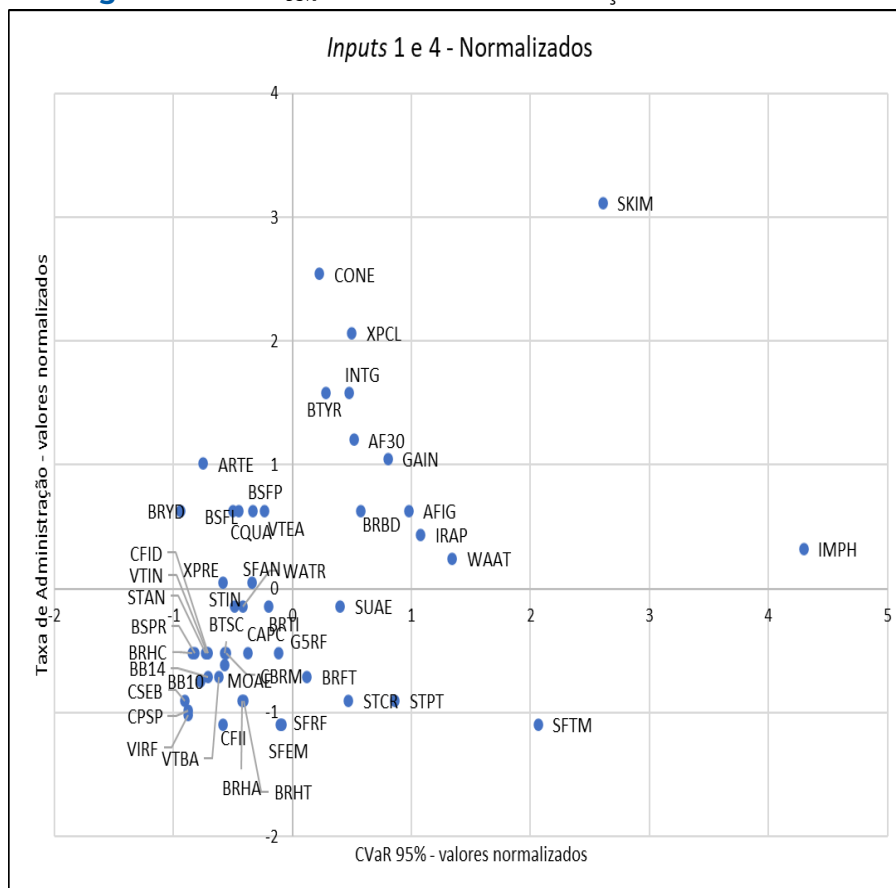
6

ESTIMAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Ainda antes da estimativa das eficiências, aplicou-se o método *Jack Strap* para detecção de *outliers*, o qual apontou as DMUs AZ Quest Luce (4), BTG Capital Markets (17), BTG CDB Plus (18), BTG Master CDB (19), BTG Multi CDB (20), Infinity Lotus (34), Brasil Plural High Yield (38), Porto Seguro Empresa (39), Rio Bravo (40) e Sul América Ativo (51) com dados discrepantes, restando quarenta e nove unidades para avaliação de eficiência.

A figura a seguir apresenta os valores normalizados dos *inputs* 1, CVaR_{95%}, e 4, taxa de administração, nos eixos x e y, respectivamente, para as DMUs que permaneceram na amostra.

Figura 8 - CVaR_{95%} e Taxa de Administração normalizados.



Fonte: Elaborado pelo autor.

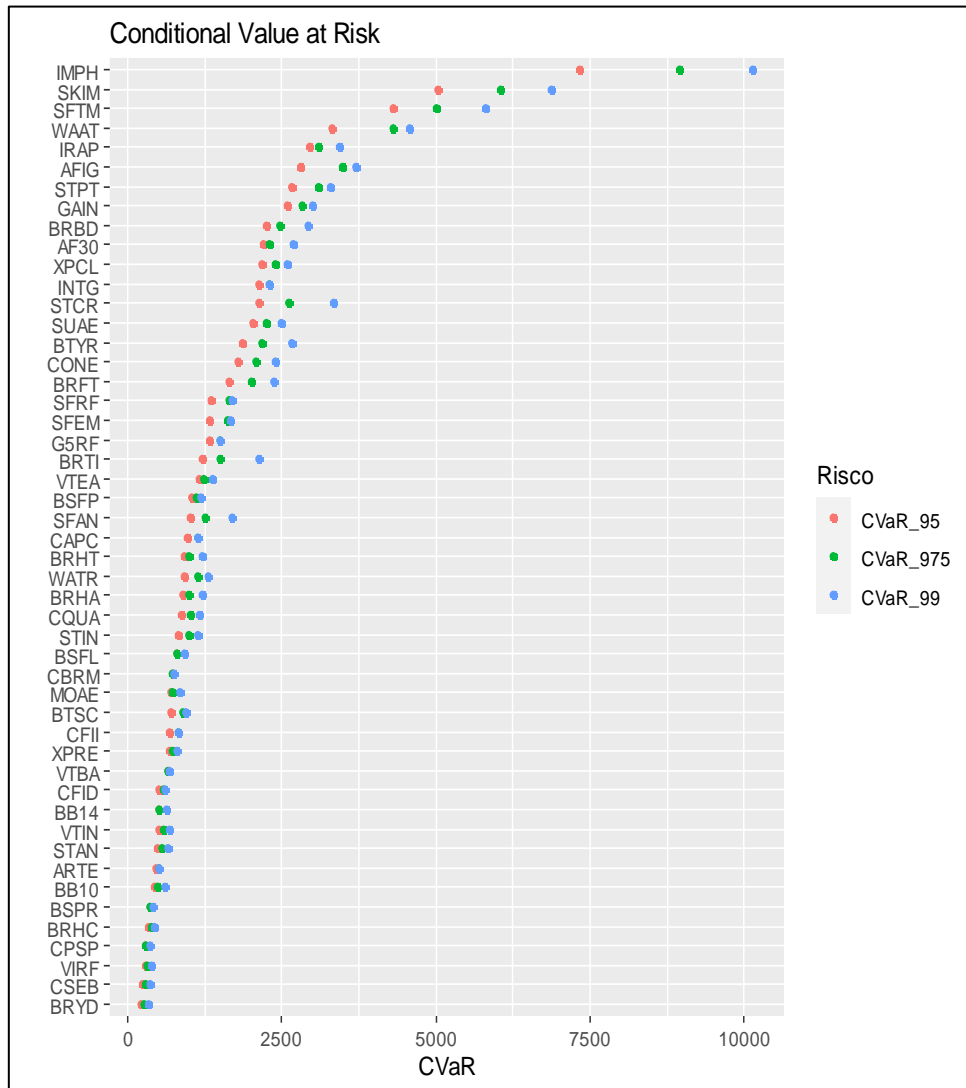
A maior parte dos fundos, 35 de um total de 49, concentra-se entre -1 e 1 desvios-padrão tanto para o *input* de risco quanto para o de



taxa de administração. O fundo Skopos Image apresentou tanto taxa de administração quanto nível de risco distantes da média. O Fidelidade II, por sua vez, apresentou valores normalizados de -0,59 e -1,1 para risco e taxa de administração, respectivamente.

Já a figura a seguir, construída com auxílio do *software* R, apresenta os valores de *Conditional VaR* do período de estudo para as DMUs que permaneceram na amostra.

Figura 9 - Valores de *Conditional VaR* para os fundos da amostra.



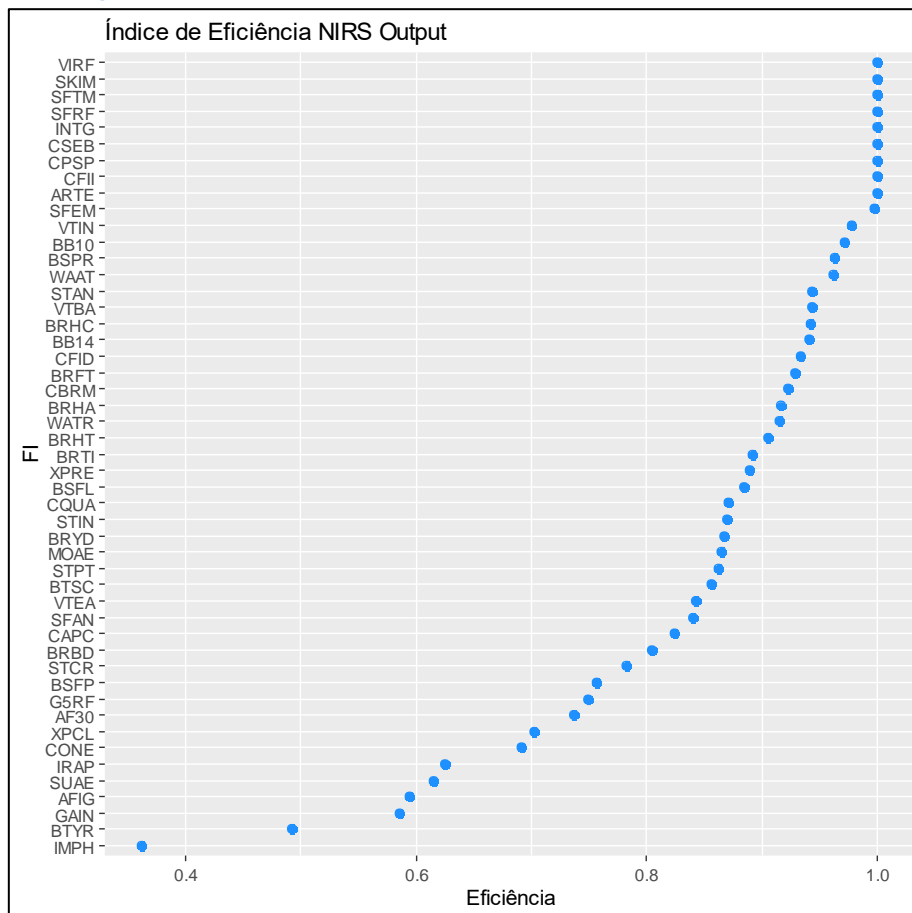
Fonte: Elaborado pelo autor.

Analisando preliminarmente os dados, pode-se observar grande disparidade nas medidas de CVaR entre os fundos. O Bradesco Yeld apresentou o menor CVaR95%, 204,0%, enquanto o fundo Impacto Horizonte apresentou 7334,5% como mesma medida de risco, indicando diferentes graus de exposição a riscos entre os gestores, apesar de os fundos seguirem a mesma classificação ANBIMA. Há,

ainda, grande variação entre os riscos assumidos por cada fundo para diferentes níveis de confiança. O fundo BV Banks FR CP FI, do Votorantim, apresenta diferença de 4,22% entre o CVaR99% e o CVaR95%, enquanto o Bradesco FI RF Target I apresenta diferença de 76,79% entre os mesmos inputs. Já pelo lado do retorno, apenas 16 fundos superaram o CDI no período.

Assim, com base nas informações coletadas, foi empregado o *software Efficiency Measurement System (EMS)* para estimar a eficiência dos fundos pelo modelo DEA NIRS com orientação para *output*. A figura a seguir, apresenta os resultados alcançados.

Figura 10 - Índice de eficiência dos fundos de investimento.



Fonte: elaborado pelo autor.

A fronteira eficiente é formada por nove fundos, incluindo o fundo objeto deste estudo, o FI Fidelidade II. Além dele, os fundos Artesanal, Integral, Safra Renda Fixa, Safra Top Master e SkoposImage formam a fronteira de eficiência e apresentaram retornos acima do CDI no período. Os fundos Caixa PMSP, Caixa Sebrae e FI Vinci RF também compõem a fronteira eficiente, porém com retornos abaixo do índice de referência do mercado para o período em estudo. Pelo exposto,

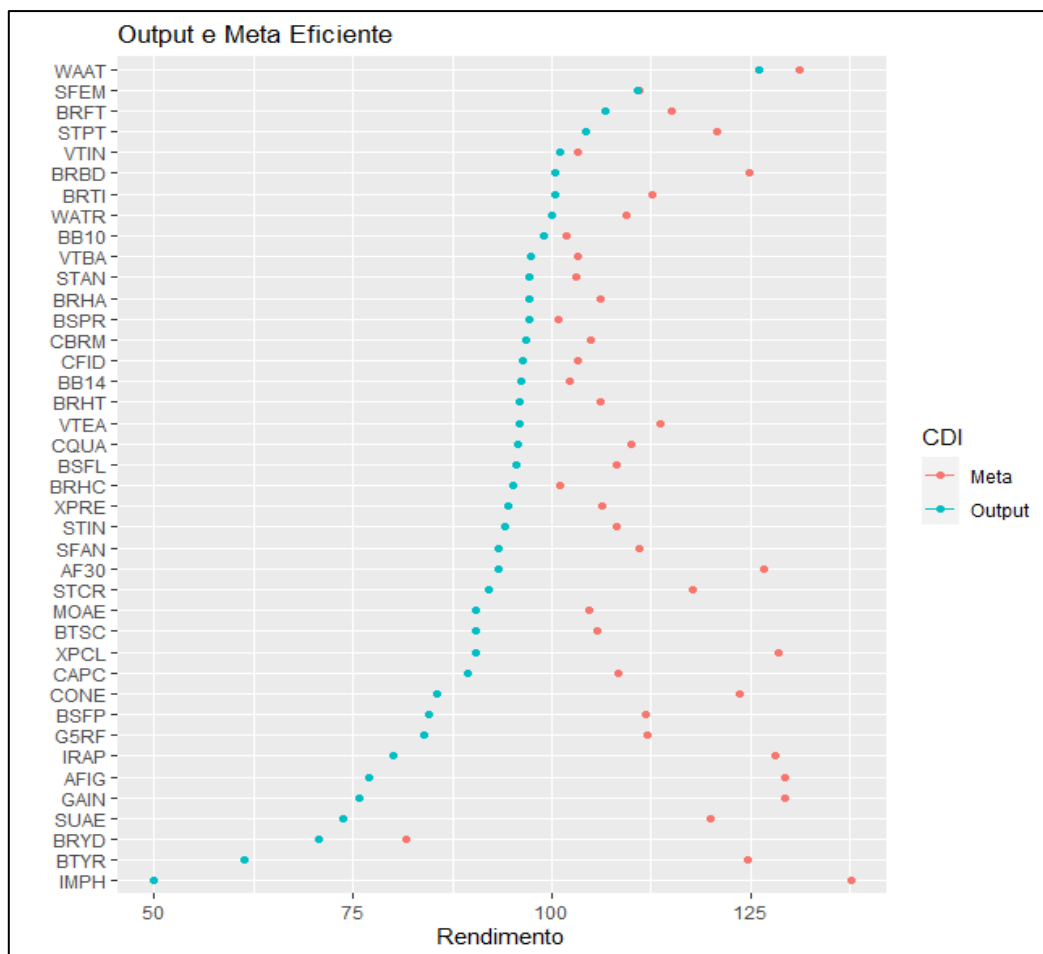
essas DMUs apresentaram as melhores combinações entre taxa de administração, níveis de riscos e retornos.

Ainda, o FI Fidelidade II mostrou-se *benchmark* para o Fundo Safra Executivo Master 2, conforme pode ser visto no Apêndice, na Tabela 5, a qual apresenta com pormenores os resultados obtidos com emprego do EMS.

Mesmo com uma média de eficiência relativamente alta, de 85,8%, há grandes diferenças de eficiência entre os fundos analisados. Com efeito, o fundo menos eficiente (Impacto Horizonte) apresentou índice de apenas 36,23% daqueles situados na fronteira. Isso significa que a rentabilidade desse fundo precisa aumentar em 176,05% para alcançar a fronteira.

A figura abaixo apresenta a rentabilidade atingida pelos fundos e a rentabilidade ideal dos fundos ineficientes de acordo com o índice de eficiência.

Figura 11 - *Output* e meta eficiente dos fundos de investimento.



Fonte: CVM. Elaborado pelo autor.

Os dados completos podem ser consultados no Apêndice, Tabela 6. Pelos resultados, os fundos ineficientes componentes da amostra precisariam de um incremento médio de 25,5% no rendimento para atingir a fronteira eficiente.

Já a fronteira teórica contou, em sua primeira rodada, com as nove DMUs eficientes e oito fundos nocionais construídos de acordo com o procedimento iterativo para gerar a fronteira expandida. Essa nova fronteira apresentou ganho de produtividade de 0,50% em relação à DMU Caixa PMSP e de 2,37% em relação à DMU FI Vinci.

Na segunda rodada foram excluídos os fundos ineficientes e incluídos mais treze fundos nocionais, expandindo novamente a fronteira. A DMU Artesanal FI RF (3) apresentou 98,6% de eficiência em relação à nova fronteira, o fundo CEF Sebrae (29) atingiu índice de 99,8%, e o fundo Integral (35) ficou com eficiência de 98,3%. Houve, ainda, um ganho de produtividade de 0,13% sobre um fundo nocional (formado pelos fundos Fidelidade II e Artesanal). As DMUs Fidelidade II, Safra Renda Fixa, Safra Top Master e Skopos Image permaneceram na fronteira.

A terceira rodada contou com mais dezoito fundos nocionais, apresentando um ganho máximo de eficiência de 2,71% (em relação a um fundo nocional formado pelas DMUs Fidelidade II, Safra Renda Fixa e Artesanal). A quarta rodada do processo iterativo foi composta por outros 33 fundos nocionais, não resultando em ganhos significativos de produtividade ($\geq 1\%$) em relação à fronteira anterior e mantendo, ainda, com os fundos Fidelidade II, Safra Renda Fixa, Safra Top Master e Skopos Image na fronteira eficiente.



7

7

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho aplicou a métrica de análise envoltória de dados para mensurar a eficiência de fundos de renda fixa durante período de grave crise financeira. A DEA permite análise multicriterial de fatores, possibilitando uma abordagem além da relação risco-retorno, ao computar a taxa de administração cobrada pelos fundos. Ainda, foi empregado o *Conditional VaR*, medida de risco com maior nível de informação que o *Value at Risk*, para mensurar o risco de mercado.

Sob essa métrica, o fundo de investimento sob análise, FI Fidelidade II, mostrou-se eficiente em comparação aos pares, com nível de risco e taxa de administração abaixo da média da amostra e retorno acima do valor de referência do mercado.

Além disso, fronteira eficiente contou com nove DMUs da amostra inicial, as quais embasaram a constituição de fundos nocionais para expansão da fronteira. Esse processo iterativo expandiu a fronteira eficiente por quatro rodadas, quando o ganho de eficiência ficou abaixo do critério de incremento estipulado ($\geq 1\%$).

Pelo lado da medida de risco, o emprego do CVaR permite uma estimativa mais acurada que o VaR, fornecendo uma expectativa média de perda. Ainda, durante o desenvolvimento deste trabalho, observou-se convergência na literatura quanto à acurácia do CVaR com emprego de EVT para estimativa de risco com distribuições com caudas pesadas. Tal ferramenta, no entanto, exige estimativas de parâmetros de forma e escala para cada série de dados, tornando o trabalho mais complexo do ponto de vista operacional.

Quanto à obtenção de dados, especial atenção foi dada à classificação e composição dos fundos, a fim de evitar comparações entre unidades com mandatos ou exposições discrepantes. Observou-se, ainda, dificuldade na obtenção de lâminas de informações de fundos exclusivos, restringindo o tamanho da amostra, devido à ausência de dados sobre o nível de risco assumido por esses fundos.

Por fim, o estudo demonstra que a análise envoltória de dados permite a adoção de uma ferramenta adequada à avaliação multicriterial, mostrando-se uma alternativa às técnicas tradicionais de

relação risco-retorno. A DEA fornece aos gestores, por um lado, emprego de mais variáveis no processo de avaliação de resultados e, por outro, informações sobre os pontos a serem abordados na busca pela eficiência. Desse modo, a DEA posiciona-se como uma opção moderna e dinâmica no processo de avaliação de desempenho de carteira de ativos.



REFERÊNCIAS

REFERÊNCIAS

REFERÊNCIAS

ACERBI, Carlo; TASCHE, Dirk. Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. **Economic notes**, v. 31, n. 2, p. 379-388, 2002.

ANBIMA. **Cartilha da Nova Classificação de Fundos**. 28 p. 2016. Disponível em: <https://www.anbima.com.br/data/files/B4/B2/98/EF/642085106351AF7569A80AC2/Cartilha_da_Nova_Classificacao_de_Fundos_1_.pdf> Acesso em: 13 out. 2020.

ARAYA, M. C. G.; LINS, M. P. E.; GOMES, L. F. A. M. **A integração entre a Análise de Envoltória de Dados e o Apoio Multicritério à Decisão: Uma Revisão**. 1999.

ASSAF NETO, Alexandre. Estrutura e análise de balanços: um enfoque econômico-financeiro. 10. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

BELLONI, José Ângelo *et al.* **Uma metodologia de avaliação da eficiência produtiva de universidades federais brasileiras**. 2000.

BISSO, Claudio Samanez *et al.* **Produtividade e eficiência no mercado de fundos de investimento no Brasil: Uma abordagem comparativa**. Revista Brasileira de Finanças, v. 14, n. 3, p. 323-352, 2016.

BRASIL. **Constituição Federal de 1988**. Constituição da República Federativa do Brasil: Promulgada em 05 de outubro de 1988. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm>. Acesso em: 09 out. 2020.

BRASIL. **Decreto nº 91.575, de 25 de agosto de 1985**. Aprova o Regulamento do Fundo do Exército (R-198) e dá outras providências. Brasília-DF, Planalto, 1985.

BRASIL. **Emenda Constitucional n. 19 de 4 de junho de 1998**. DOU 05/06/1998. Modifica o regime e dispõe sobre princípio e normas da Administração Pública, Servidores e Agentes políticos, controle de despesas e finanças públicas e custeio de atividades a cargo do Distrito Federal, e dá outras providências. Disponível em: <<https://www2.camara.leg.br/legin/fed/emecon/1998/emendaconstitucional-19-4-junho-1998-372816-norma-pl.html>>. Acesso em: 11 out. 2020.

BRASIL. **Lei nº 4.617, de 15 de abril de 1965**. Cria o Fundo do Exército e dá outras providências. Brasília-DF, Senado, 1965.

BRASIL. **Medida Provisória nº 1.782, de 14 de dezembro de 1998.** Dispõe sobre a administração dos recursos de caixa do Tesouro Nacional, consolida e atualiza a legislação pertinente ao assunto e dá outras providências. Brasília-DF, Planalto, 1998. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/MPV/Antigas/1782.htm>. Acesso em: 11 out. 2020.

BRASIL. **Plano Diretor da Reforma do Aparelho de Estado.** Brasília: Ministério da Administração Federal e Reforma do Estado, 1995.

BRASIL. **Portaria MF nº 345, de 29 de dezembro de 1998.** Autoriza os fundos que menciona a aplicarem no mercado financeiro. Brasília-DF, Ministério da Fazenda, 1998. Disponível em:<<http://normas.receita.fazenda.gov.br/sijut2consulta/link.action?idAto=26888&visao=anotado>>. Acesso em 11 out. 2020.

CERETTA, Paulo Sergio; COSTA JR., Newton C. A. da. **Avaliação e seleção de fundos de investimento: um enfoque sobre múltiplos atributos.** Rev. adm. contemp., Curitiba, v. 5, n. 1, p. 7-22, Apr. 2001. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1415-6552001000100002&script=sci_arttext>. Acesso em 12 out. 2020.

CERETTA, Paulo Sergio; NIEDERAUER, Carlos Alberto Pittaluga. Rentabilidade e eficiência no setor bancário brasileiro. **Revista de Administração Contemporânea**, v. 5, n. 3, p. 7-26, 2001.

CHARNES, A., COOPER, W. W., RHODES, E. **Measuring Efficiency of Decision Making Units**, European Journal of Operation Research, 2, pp. 429-444, 1978.

COELLI, T.; PRAZADA RAO D. S.; BATTESE G. E. **An introduction to efficiency and Productivity analysis.** Massachussets Kluwer Academic Publishers, 1998.

COOPER, William W.; SEIFORD, Lawrence M.; ZHU, Joe (Ed.). Handbook on data envelopment analysis. 2011.

DE ALMEIDA, Aléssio Tony Cavalcanti; FRASCAROLI, Bruno Ferreira; DA CUNHA, Danilo Regis. Medidas de risco e matriz de contágio: uma aplicação do CoVaR para o mercado financeiro brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, n. 4, p. 551-584, 2012.

DESTEFANIS, Sergio. The Verdoorn aw: some evidence from non-parametric frontier analysis. In: **Productivity Growth and Economic Performance.** Palgrave Macmillan, London, 2002. p. 136-164.

FÄRE, R., GROSSKOPF, S. and LOVELL, C.A.K. (1994) *Production Frontiers*. Cambridge University Press, Cambridge.

HARMANTZIS, F. C.; MIAO, L.; CHIEN, Y. Empirical study of value-at-risk and expected shortfall models with heavy tails. **The Journal of Risk Finance**, Emerald Group Publishing Limited, v. 7, n. 2, p. 117–135, 2006.

JORION, Philippe. **Value at Risk: a nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro**. Tradução: Thierry Barbe. 2ª Ed., São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.

JUBRAN, Aparecido Jorge. Modelo de análise de eficiência na administração pública: **estudo aplicado às prefeituras brasileiras usando a análise envoltória de dados**. 2006. Tese (Doutorado em Sistemas Eletrônicos) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006. doi:10.11606/T.3.2006.tde-13122006-180402. Acesso em 16 jun. 2021.

KASSAI, Silvia. **Utilização da análise por envoltória de dados (DEA) na análise de demonstrações contábeis**. São Paulo, v. 350, 2002.

KOUROUMA, L. et al. Extreme value at risk and expected shortfall during financial crisis. **SSRN Electronic Journal**, 06 2010.

LAMB, John D.; TEE, Kai-Hong. Data envelopment analysis models of investment funds. **European Journal of Operational Research**, v. 216, n. 3, p. 687-696, 2012

LOPES, Ana Lucia Miranda *et al.* **Otimização de Carteiras Selecionadas por Análise Envoltória de Dados – DEA**. Simpósio brasileiro de pesquisa operacional, v. 41, 2009.

LINS, Marcos Estellita *et al.* **O uso da Análise Envoltória de Dados (DEA) para avaliação de hospitais universitários brasileiros**. *Ciência & saúde coletiva*, v. 12, p. 985-998, 2007.

LIU, Wenbin et al. Estimation of portfolio efficiency via DEA. **Omega**, v. 52, p. 107-118, 2015.

MACEDO, Marcelo Alvaro da Silva; SILVA, Fabrícia de Farias da; SANTOS, Rodrigo Melo. Análise do mercado de seguros no Brasil: uma visão do desempenho organizacional das seguradoras no ano de 2003. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 17, n. SPE2, p. 88-100, 2006.

MACEDO, M. A. S.; MACEDO, H. D. R. **Avaliação de desempenho de fundos DI no Brasil: uma proposta metodológica**. *Revista Economia e Gestão*, v. 7, n. 15, 2007;

MARIANO, Enzo B.; ALMEIDA, Mariana R.; REBELATTO, Daisy AN. **Princípios Básicos para uma proposta de ensino sobre análise por envoltória de dados**. Anais do XXXIV COBENGE. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2006.

MATIAS-PEREIRA, José. **Reforma do Estado, transparência e democracia no Brasil**. Observatorio de La Economía Latino americana: Revista Académica de Economía, Espanha, n. 26, jun. 2004. Disponível em:<<http://www.eumed.net/cursecon/ecolat/br/jmp-reforma.htm>>. Acesso em: 9 out. 2020.

MATIAS-PEREIRA, José. **Administração pública comparada: uma avaliação das reformas administrativas do Brasil, EUA e União Européia**. Rio de Janeiro, 2008. Disponível em:<<https://www.scielo.br/pdf/rap/v42n1/a04v42n1>>. Acesso em: 9 out. 2020.
MORAES, Alexandre de. **Direito constitucional**. 13ª ed. –São Paulo, Atlas, 2003.

MELLO, J. C. C. B. S. de *et al.* Curso de análise de envoltória de dados. In: **SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL**, 37., 2005, Gramado. Anais [...] Gramado: SBPO, 2005.

MEZA, Lidia Angulo *et al.* Sistema integrado de apoio à decisão: uma implementação computacional de modelos de análise de envoltória de dados. In: **Embrapa Territorial-Artigo em anais de congresso (ALICE)**. In: SIMPÓSIO DE PESQUISA OPERACIONAL DA MARINHA, 6.; SIMPÓSIO DE LOGÍSTICA DA MARINHA, 7., 2003. Rio de Janeiro. Anais eletrônicos... Rio de Janeiro: CASNAV, 2003. p. 297-306., 2003.

NOGUEIRA, José Marcelo Maia *et al.* Estudo exploratório da eficiência dos Tribunais de Justiça estaduais brasileiros usando a Análise Envoltória de Dados (DEA). **Revista de Administração Pública**, v. 46, n. 5, p. 1317-1340, 2012.

PEÑA, Carlos Rosano. **Um modelo de avaliação da eficiência da administração pública através do método análise envoltória de dados (DEA)**. Rev. adm. contemp., Curitiba, v. 12, n. 1, p. 83-106, Mar. 2008. Disponível em:<https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1415-65552008000100005&script=sci_arttext&tIng=pt>. Último acesso: 06 abr. 2021.

PINTO, M. B.; RODRIGUES, L. F. Uma Aplicação de Modelos DEA CCR Orientados a Input na Gestão de um Sistema de Bibliotecas Universitárias.

PESSANHA, J. F. M., MELLO, M. A. R. F. D., BARROS, M., SOUZA, R. C. **Avaliação dos custos operacionais eficientes das empresas de**

transmissão do setor elétrico brasileiro: uma proposta de adaptação do modelo DEA adotado pela ANEEL. *Pesquisa Operacional*, v. 30, n. 3, p. 521-545, 2010.

RAY, Subhash C. Data Envelopment Analysis: A Nonparametric Method of Production Analysis. **Handbook of Production Economics**, p. 1-62, 2020.

ROTELA JUNIOR, Paulo; PAMPLONA, Edson de Oliveira; SALOMON, Fernando Luiz Riêra. **Otimização de Portfólios: Análise De Eficiência**. *Rev. adm. empres.*, São Paulo, v. 54, n. 4, p. 405-413, Aug. 2014. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0034-75902014000400405&script=sci_arttext>. Acesso em: 12 out. 2020.

SANTOS, Ana Carolina Caetano dos *et al.* **Uso da medida de risco CVaR para estimação de retornos de fundos multimercados brasileiros**. 2019.

THANASSOULIS, E. Introduction to the theory and application of data envelopment analysis: a foundation text with integrated software, Kluwer Academic Publishers, 2001

VEGARA, Sylvia Constant. **Projetos e Relatórios de Pesquisa em Administração**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

WU, Jie *et al.* Resource allocation based on context-dependent data envelopment analysis and a multi-objective linear programming approach. **Computers & Industrial Engineering**, v. 101, p. 81-90, 2016.



APÊNDICES

APÊNDICES

APÊNDICE

Tabela 2 - Fundos de Investimento selecionados - dados completos

DUM	Gestor	Fundo de Investimento	CNPJ
1	AF Invest	AF INVESTIMENTO GERAES 30 FI RF CP	29.044.189/0001-04
2		AF INVESTIMENTO GERAES FI RF CP	09.720.734/0001-10
3	Artesanal	ARTESANAL FI RF	24.773.832/0001-09
4	Az Quest	AZ QUEST LUCE MASTER FI RF CP LP	23.556.204/0001-09
5	Banrisul	BANRISUL FLEX CP FI RF LP	08.960.978/0001-07
6		BANRISUL FLEX PLUS CP FI RF LP	16.844.934/0001-40
7		BANRISUL PREMIUM FI RF LP	08.960.971/0001-95
8	BB	BB ATENAS 10 FI RF LP	07.165.347/0001-33
9		BB ATENAS 14 FI RF CP	07.291.245/0001-64
10	Bradesco	BRADESCO FEEDER TNA FI RF CP	08.756.265/0001-26
11		BRADESCO FI RF BOND	03.894.320/0001-20
12		BRADESCO FI RF LP YIELD	03.054.724/0001-06
13		BRADESCO FI RF TARGET I	02.335.944/0001-45
14		BRADESCO H FI RF CP HEALTH CARE PLUS	09.522.705/0001-43
15		BRADESCO H FI RF CP LP ATIVO	01.562.582/0001-62
16		BRADESCO H FI RF LP TOP	08.776.308/0001-35
17	BTG	BTG CAPITAL MARKETS FI RF	04.501.865/0001-92
18		BTG CDB PLUS FI RF CP	27.717.359/0001-30
19		BTG MASTER CDB FI RF CP	16.157.572/0001-19
20		BTG MULTI CDB FI RF DI CP	09.911.412/0001-58
21		BTG TESOURO SELIC FI RF	09.215.250/0001-13
22		BTG YIELD DIFI RF REFERENCIADO CP	00.840.011/0001-80
23	Capitânia	CAPITÂNIA CASH FI RF CREDITO PRIVADO	09.441.708/0001-52
24	CEF	CAIXA BRASIL MATRIZ RF	23.215.008/0001-70
25		CAIXA FIDELIDADE II RF CP LP	10.322.668/0001-09
26		CAIXA FIDELIDADE RF LP	09.181.287/0001-78
27		CAIXA PMSP RF LP	09.181.313/0001-68
28		CAIXA QUALIFICADO RF CP LP	10.551.353/0001-33
29		CAIXA SEBRAE RF LP	03.737.227/0001-02
30	Concórdia	CONCÓRDIA EXTRA FI RF CP	01.107.772/0001-90
31	G5	G5 FI RF REFERENCIADO DI	23.668.524/0001-50
32	Gauss	GAUSS INCOME MASTER FI RF CP	25.682.025/0001-43

33	Impacto	IMPACTO HORIZONTE FI RF CP LP	20.468.779/0001-81
34	Infinity	INFINITY LOTUS FI RF	09.319.052/0001-08
35	Integral	INTEGRAL FI RF CP	15.174.629/0001-25
36	Iridium	IRIDIUM APOLLO FI RF CP LP	26.978.438/0001-32
37	Mongeral	MONGERAL AEGON RF FI	11.435.287/0001-07
38	Plural	BRASIL PLURAL HIGH YIELD FI RF CP	15.350.679/0001-16
39	Porto Seguro	PORTO SEGURO EMPRESARIAL RF FICFI	03.233.076/0001-55
40	Rio Bravo	RIO BRAVO CP FI RF	09.543.255/0001-75
41	Safra	SAFRA ANS FI RF CP	25.079.461/0001-22
42		SAFRA EXECUTIVE MASTER 2 FI RF	10.787.660/0001-18
43		SAFRA RENDA FIXA FI RF	10.347.224/0001-28
44		SAFRA TOP MASTER FI RF LP	17.955.508/0001-46
45	Santander	SANTANDER FI ANS II RF CP	17.138.466/0001-50
46		SANTANDER PERFORMANCE TOP RF LP FI	10.362.008/0001-51
47		SANTANDER RF CP CRESCIMENTO	09.577.500/0001-65
48		SANTANDER RF CP CRESCIMENTO INSTITUCIONAL FI LP	17.138.474/0001-05
49	Skopos	SKOPOS IMAGE FI RF	28.671.792/0001-45
50	Sul América	SUL AMÉRICA EXCELLENCE FI RF CP	04.899.128/0001-90
51		SUL AMÉRICA RF ATIVO FI LP	07.381.653/0001-07
52	Vinci	FI VINCI RF CP	11.245.687/0001-41
53	Votorantim	BV BANKS RF CP FI	10.347.493/0001-94
54		BV EAGLE RF LP FI	00.836.263/0001-35
55		BV INSTITUCIONAL RF CP FI	06.866.051/0001-87
56	Western	WESTERN ASSET TRADICIONAL FI RF	04.588.071/0001-08
57		WESTERN ASSET RF ATIVO	03.499.367/0001-90
58	XP Vista	XP CORPORATE LIGHT FI RF CP LP	11.046.179/0001-34
59		XP REFERENCIADO FI RF DI CP	10.843.445/0001-97

Tabela 3 - inputs selecionados

DM U	Inputs				DM U	Inputs			
	(1)	(2)	(3)	(4)		(1)	(2)	(3)	(4)
1	2189,27	2306,65	2683,03	0,6	31	1319,45	1507,15	1507,15	0,5
2	2813,89	3475,10	3705,48	0,5	32	2578,21	2829,93	2993,47	0,2
3	453,98	493,64	493,64	0,6	33	7334,52	8942,46	10139,86	0,6
4	3276,87	3411,10	3708,97	0,2	34	45810,8	45810,8	56697,7	0,4
5	798,86	798,86	922,41	0,5	35	2127,77	2289,85	2289,85	0,7
6	1031,52	1101,30	1179,16	0,5	36	2949,11	3103,90	3445,03	0,7
7	365,67	365,67	415,46	0,2	37	706,99	722,35	839,63	0,4
8	431,46	484,68	608,96	0,1	38	945,54	945,54	980,56	0,1
9	511,72	511,72	630,77	0,1	39	2411,39	2411,39	2411,39	0,3
10	1647,25	1994,21	2358,05	0,1	40	2413,31	2413,31	2413,31	0,2
11	2258,48	2460,80	2919,98	0,5	41	1017,03	1249,28	1688,20	0,4
12	203,96	257,89	337,01	0,5	42	1339,93	1610,67	1664,77	0,3
13	1207,82	1508,03	2135,31	0,3	43	1359,52	1633,40	1690,84	0,0
14	330,01	391,43	439,95	0,2	44	4299,46	5001,21	5805,04	0,0
15	899,97	991,64	1199,29	0,1	45	481,53	563,73	659,82	0,0
16	922,35	995,39	1206,83	0,1	46	2653,43	3103,62	3297,56	0,2
17	1693,81	1693,81	1865,14	0,2	47	2122,75	2605,61	3324,60	0,1
18	9503,20	9503,20	9503,20	0,3	48	822,46	992,57	1141,20	0,1
19	11423,20	11423,20	11423,20	0,0	49	5036,81	6046,95	6882,18	0,3
20	11793,54	13210,20	13210,20	0,4	50	2023,23	2243,65	2500,24	1,15
21	704,41	882,02	944,22	0,2	51	4118,06	4425,38	4976,53	0,3
22	1863,01	2182,71	2671,11	0,7	52	284,13	312,03	372,57	0,5
23	972,43	1128,77	1128,77	0,2	53	639,40	639,40	666,36	0,0
24	718,83	718,83	752,73	0,2	54	1162,22	1241,65	1377,75	0,1
25	513,71	569,26	600,35	0,2	55	502,54	581,01	668,72	0,5
26	682,57	814,05	814,05	0,0	56	913,85	1132,18	1302,65	0,2
27	289,44	289,44	365,71	0,0	57	3311,18	4301,48	4566,97	0,3
28	866,32	1010,53	1155,51	0,5	58	2163,26	2400,05	2582,15	0,4
29	248,19	291,53	353,92	0,1	59	680,96	728,47	806,80	0,8
30	1791,49	2087,70	2382,96	1,0					

Tabela 4 - outputs selecionados

DMU	Output	DMU	Output	DMU	Output	DMU	Output	DMU	Output
			t		t		t		t
1	93,26	13	100,32	25	96,32	37	90,50	49	146,85
2	76,91	14	95,11	26	101,54	38	84,81	50	73,68
3	104,80	15	97,20	27	97,36	39	153,67	51	81,32
4	95,41	16	95,97	28	95,69	40	82,47	52	93,54
5	95,52	17	70,85	29	99,35	41	93,31	53	97,26
6	84,59	18	86,06	30	85,48	42	110,71	54	95,83
7	97,07	19	90,06	31	83,88	43	111,37	55	101,07
8	98,93	20	57,80	32	75,71	44	132,97	56	100,02
9	96,13	21	90,48	33	49,86	45	97,24	57	126,06
10	106,80	22	61,39	34	158,67	46	104,20	58	90,34
11	100,48	23	89,35	35	128,34	47	92,09	59	94,52
12	70,74	24	96,68	36	80,15	48	94,09		

Tabela 5 - índices de eficiência e benchmarks dos fundos de investimento

DMU	Eficiência	Benchmark	DMU	Eficiência	Benchmark
1	73,65%	35 (0,86) 43 (0,11) 44	31	74,89%	29 (0,23) 35 (0,20) 43
2	59,46%	35 (0,64) 43 (0,03) 44	32	58,58%	35 (0,80) 43 (0,00)
3	100,00%	13	33	36,23%	44 (0,66) 49 (0,34)
5	88,39%	3 (0,54) 29 (0,26) 35	35	100,00%	38
6	75,60%	3 (0,31) 29 (0,31) 35	36	62,57%	35 (0,57) 43 (0,10) 44
7	96,25%	3 (0,18) 29 (0,81) 35	37	86,52%	29 (0,74) 35 (0,13) 43
8	97,18%	29 (0,89) 35 (0,07) 43	41	84,05%	29 (0,58) 35 (0,39) 43
9	94,05%	29 (0,88) 35 (0,08) 43	42	99,67%	26 (0,03) 43 (0,97)
10	92,79%	35 (0,14) 43 (0,80) 44	43	100,00%	23
11	80,46%	35 (0,64) 43 (0,24) 44	44	100,00%	11
12	86,65%	29 (0,82)	45	94,37%	3 (0,05) 29 (0,84) 35
13	89,10%	29 (0,37) 35 (0,33) 43	46	86,27%	35 (0,07) 43 (0,55)
14	94,18%	3 (0,17) 29 (0,81) 35	47	78,18%	35 (0,07) 43 (0,69)
15	91,68%	29 (0,50) 35 (0,04) 43	48	86,94%	3 (0,00) 29 (0,69) 35
16	90,50%	29 (0,49) 35 (0,04) 43	49	100,00%	3
21	85,60%	29 (0,70) 35 (0,16) 43	50	61,48%	35 (0,36) 43 (0,53)
22	49,26%	3 (0,16) 35 (0,84)	52	100,00%	0
23	82,44%	29 (0,50) 35 (0,18) 43	53	94,30%	29 (0,80) 35 (0,09)
24	92,28%	29(0,77) 35 (0,16) 43	54	84,31%	3 (0,21) 29 (0,34) 35
25	93,36%	3 (0,04) 30 (0,84) 35	55	97,80%	3 (0,03) 29 (0,84) 35
26	100,00%	1	56	91,54%	29 (0,62) 35 (0,31) 43
27	100,00%	0	57	96,12%	35 (0,46) 44 (0,51) 49
28	87,09%	3 (0,43) 29 (0,28) 35	58	70,26%	35 (0,99) 49 (0,01)
29	100,00%	25	59	88,90%	3 (0,25) 29 (0,56) 35
30	69,15%	3 (0,20) 35 (0,80)			

Tabela 6 - *output*, rentabilidade ideal e ganho de produtividade dos fundos ineficientes

DMU	% CDI	% Ideal	$\Delta\%$	DMU	% CDI	% Ideal	$\Delta\%$
1	93,26	126,62	35,78%	30	85,48	123,61	44,61%
2	76,91	129,34	68,17%	31	83,88	112,01	33,53%
5	95,52	108,07	13,13%	32	75,71	129,25	70,72%
6	84,59	111,89	32,27%	33	49,86	137,64	176,05%
7	97,07	100,86	3,90%	36	80,15	128,09	59,82%
8	98,93	101,80	2,90%	37	90,50	104,60	15,58%
9	96,13	102,21	6,33%	41	93,31	111,02	18,98%
10	106,80	115,10	7,77%	42	110,71	111,07	0,33%
11	100,48	124,88	24,28%	45	97,24	103,05	5,97%
12	70,74	81,65	15,41%	46	104,20	120,79	15,92%
13	100,32	112,59	12,23%	47	92,09	117,79	27,91%
14	95,11	100,99	6,18%	48	94,09	108,22	15,02%
15	97,20	106,02	9,08%	50	73,68	119,84	62,65%
16	95,97	106,05	10,50%	53	97,26	103,15	6,05%
21	90,48	105,70	16,82%	54	95,83	113,66	18,61%
22	61,39	124,62	103,01%	55	101,07	103,34	2,25%
23	89,35	108,38	21,30%	56	100,02	109,26	9,24%
24	96,68	104,77	8,37%	57	126,06	131,16	4,04%
25	96,32	103,17	7,11%	58	90,34	128,57	42,32%
28	95,69	109,87	14,82%	59	94,52	106,31	12,48%



idn

Bo
pro
cit
ref
Nos
são

idp

A ESCOLHA QUE
TRANSFORMA
O SEU CONHECIMENTO